

CAPITULO V

DESPLAZAMIENTO INMISCIBLE

DESPLAZAMIENTO INMISCIBLE

Los reservorios de empuje por agua, son los reservorios en la cual una porción significativa de la extracción volumétrica es reemplazada por influjo de agua durante su vida productiva.

El influjo total y las tasas del influjo son gobernadas por las características del acuífero junto con el comportamiento del contacto original reservorio/acuífero (WOC). Casi siempre no se dispone de datos de la roca del acuífero, pero en el caso de disponer de suficiente historia de presión y de producción, las propiedades del acuífero pueden ser inferidas y ser usadas para estimar el efecto futuro del acuífero sobre el comportamiento del reservorio.

DEFINICIONES UTILES

Geometría del Acuífero

Radial

Los límites son formados por dos cilindros concéntricos o sectores de cilindros.

Lineal

Los límites están formados por dos planos paralelos

Condiciones de Límite Exterior

Infinito

La perturbación de la presión no afecta el límite exterior del sistema, durante el tiempo de interés.

Finito Cerrado

No existe flujo a través del límite exterior. La perturbación de la presión alcanza el límite exterior, durante el tiempo de interés.

Finito con alimentación

El acuífero es finito con presión constante en el límite exterior (ejm., acuífero alimentado por un lago u otra fuente de agua en superficie).

CONDICIONES BÁSICAS Y SUPOSICIONES

1. El reservorio se encuentra durante todo el tiempo, sometido a una presión promedio de equilibrio.
2. El contacto agua/petróleo (WOC) o agua/gas (WGC) es una línea equipotencial.
3. Los hidrocarburos detrás del frente son inmóviles.
4. Los efectos de la gravedad son insignificantes.
5. La diferencia entre la presión promedio del reservorio y la presión en el contacto original: WOC o WGC se asumen como cero.

SUPOSICIONES FÍSICAS PARA PROCESOS INMISCIBLES

a) El agua desplaza al petróleo en un reservorio mojable al agua.

El desplazamiento de petróleo por agua en un reservorio mojable al agua es un proceso de **IMBIBICION**. En tal sentido, las curvas de presión capilar y permeabilidad relativa a ser usadas en la descripción del desplazamiento deben ser medidas bajo condiciones de imbibición.

Inversamente, en el desplazamiento de petróleo por agua en un reservorio mojable al petróleo se deben usar las curvas medidas bajo condiciones de **DRENAJE**. Existe una diferencia básica en los dos tipos de reservorios debido a la histéresis del ángulo de contacto.

b) El desplazamiento ocurre bajo condiciones de equilibrio vertical.

Significa que durante el desplazamiento, si la saturación de agua en cualquier punto del reservorio incrementa en una pequeña cantidad, la nueva saturación de agua es redistribuida instantáneamente.

Las condiciones de equilibrio vertical serán mejoradas por:

- (.) Alta permeabilidad vertical (k_v).
- (.) Pequeño espesor del reservorio (h)
- (.) Gran diferencia de densidades entre fluidos ($\Delta\rho$)
- (.) Grandes fuerzas capilares (gran zona de transición capilar H).
- (.) Bajas viscosidades de los fluidos.
- (.) Bajas tasas de inyección.

La única forma de verificar la validez del equilibrio vertical es usando técnicas de simulación numérica.

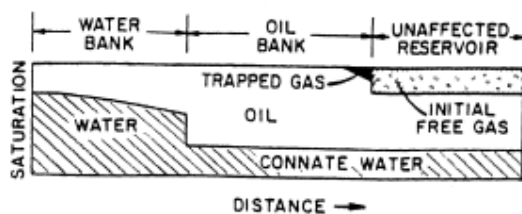
c) **El desplazamiento es considerado como incompresible.**

Esta suposición implica que existen condiciones de estado estable en el reservorio con la presión constante a cualquier punto.

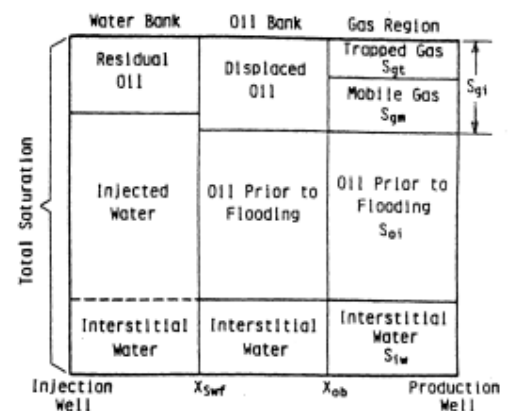
$$q_t = q_o + q_w$$

d) **El desplazamiento es considerado lineal.**

Macroscopic Displacement of Linear Waterflood



Saturation profile during waterflood of a depleted reservoir when trapped gas is redissolved



Fluid saturation regions between the producing and injecting wells under immiscible fluid injection (after Prats et al.)

DESPLAZAMIENTO

La energía natural que permite el desplazamiento de los fluidos en el reservorio (energía natural existente en los fluidos del reservorio), no permite una recuperación total de los hidrocarburos en el reservorio, permitiendo que una importante cantidad de petróleo y/o gas permanezca en el subsuelo. Los métodos desarrollados involucran el mantenimiento de la presión de un reservorio a través de la inyección de algún fluido, que incremente la energía natural. Según F. W. Cole (Reservoir Engineering Manual – 1969), el incremento del factor de recuperación de debe a los factores siguientes:

- (1) Disminución del Índice de Depletación al mantener la presión del reservorio,
- (2) Reemplazo de la energía natural de desplazamiento con una fuerza de desplazamiento mas eficiente (por ejemplo el reemplazo de la impulsión de la capa de gas por el desplazamiento de agua).

En este sentido, la presión del reservorio puede ser mantenida por:

- (1) Inyección de agua y/o gas natural,
- (2) Inyección de fluidos miscibles,
- (3) Una combinación de los anteriores,

De estos métodos, la inyección de agua es el método preferido debido a (1) disponibilidad de agua, (2) relativa facilidad con que el agua es inyectada, (3) facilidad con que el agua se esparce a través de formaciones mojables al petróleo y (4) eficiencia del agua para desplazar al petróleo.

La distribución del agua, petróleo y gas en el espacio poroso para cualquier nivel de saturación en el reservorio esta determinada por (1) características de mojabilidad de la roca y (2) tensión interfacial entre las fases inmiscibles.

El uso de modelos analíticos para predecir el comportamiento de los reservorios están basados en simplificaciones que permiten la aplicación de modelos simples para describir estructuras geológicas complejas.

El modelo de desplazamiento inmiscible, uno de los mas simples conocido como la Teoría de Avance Frontal, fue desarrollado inicialmente por Buckley & Leverett y posteriormente reformulado por Welge. Este modelo fue derivado para sistemas continuos y lineales. Cuando se requiere aplicar las ecuaciones de Buckley & Leverett y Welge's a sistemas complejos, es necesario reducir estos sistemas a modelos 1D.

TEORÍA DE FLUJO FRACCIONAL

INTRODUCCION

La teoría de avance frontal es una importante herramienta para los ingenieros de reservorios en el estudio del comportamiento de reservorios sometidos a inyección de agua.

Buckley & Leverett tomaron el concepto de Flujo Fraccional presentado el año 1941 por Leverett, que para el caso de una inyección de agua es expresado como:

$$f_w = \frac{q_w}{q_w + q_o} \dots\dots\dots (1)$$

Lo cual si se reemplaza en la conocida ecuación de Darcy tanto para agua como petróleo, se obtiene:

$$f_w = \frac{1 + \frac{k k_{ro}}{\mu_o} \frac{A}{q_t} \left(\frac{\partial P_c}{\partial L} - g \Delta \rho \sin \alpha_d \right)}{1 + \frac{\mu_w k_o}{\mu_o k_w}} \dots\dots\dots (2)$$

Asimismo, para una determinada roca, con sus respectivos fluidos y las condiciones fluyentes asociadas, el flujo fraccional de agua es una función de la saturación de agua. Considerando que el Fw se mide en la cara de la arena del pozo productor (outlet face), la Sw correspondiente debe estar referida al mismo punto.

En 1942, Buckley & Leverett presentó la Ecuación de Avance Frontal:

$$\left(\frac{\partial L}{\partial t} \right)_{S_w} = \frac{q_t}{A \phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_t \dots\dots\dots (3)$$

Esta ecuación resulta de la aplicación de la Ley de Conservación de la Masa para el flujo unidireccional de dos fluidos inmiscibles (para los casos de estudio en la FIP serán considerados petróleo y agua) a través de un medio poroso homogéneo y continuo. Esta ecuación asume que los fluidos y el medio poroso son incompresibles. La ecuación 3 establece que una cierta saturación de agua fija se mueve a través del medio poroso a una tasa que es constante y

proporcional al cambio en la composición del flujo de fluidos (causado por un pequeño cambio en la saturación del fluido desplazante).

En 1952, Welge derivó una ecuación que relaciona la saturación promedio de agua con la saturación localizada en el extremo productivo del sistema.

$$\bar{S}_w - S_{w2} = Q_i (1 - f_{w2}) \dots\dots\dots (4)$$

Esta ecuación establece que conociendo los volúmenes porosos de agua inyectada (acumulada) de agua (Q_i), la saturación de agua y el flujo fraccional en la cara de la arena del pozo productor (S_{w2} y f_{w2} respectivamente), es posible calcular la saturación de agua promedio y por lo tanto, la producción acumulada de petróleo.

Por otro lado, Welge introdujo otra ecuación:

$$Q_i = \frac{1}{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{S_{w2}}} \dots\dots\dots (5)$$

La cual relaciona Q_i con S_{w2} .

Las ecuaciones (4) y (5) pueden ser relacionadas con la producción acumulada de petróleo durante la inyección de agua. Antes de que el agua irrumpa en el pozo productor, el volumen de petróleo recuperado es igual al volumen de agua inyectada al sistema.

$$N_p = \frac{W_i B_w}{B_o} \dots\dots\dots (6)$$

Donde:

$$W_i = Q_i V_p \dots\dots\dots (7)$$

La ecuación (6) no es válida para después que ha ocurrido la irrupción del frente, debido a que ya se ha producido una parte del agua inyectada (el sistema ya está produciendo con una cierta cantidad de agua). En este sentido, la ecuación aplicable para estimar la producción acumulada de petróleo es:

$$N_p = \frac{V_p (\bar{S}_w - S_{wc})}{B_o} \dots\dots\dots (8)$$

DERIVACIÓN DE LA ECUACIÓN DE FLUJO FRACCIONAL PARA UN SISTEMA PETROLEO AGUA 1-D

Para derivar la ecuación de flujo fraccional en el desplazamiento de petróleo asumiremos que toma lugar bajo condiciones de “flujo difuso”. Esto significa que las saturaciones del fluido en cualquier punto en la trayectoria lineal están uniformemente distribuidas con respecto al espesor. Esto permite que el desplazamiento pueda ser descrito en una dimensión.

El flujo simultáneo de petróleo y agua puede ser modelado usando permeabilidades relativas ponderadas por el espesor, a lo largo de una línea central en el reservorio.

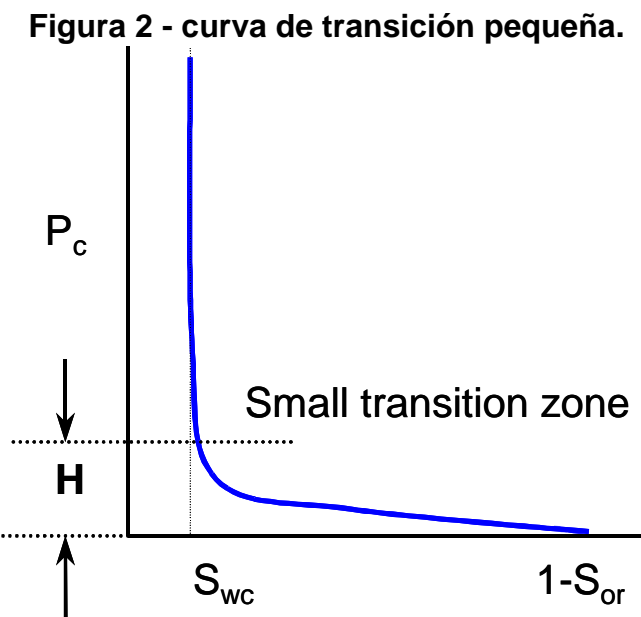
Una condición que debe reunir el equilibrio potencial de un fluido, es simplemente el equilibrio hidrostático para lo cual la distribución de saturación puede determinarse como una función de presión capilar y por lo tanto, interviene la altura. Es por esto, que los fluidos están distribuidos de acuerdo al equilibrio capilaridad-gravedad.

La condición de equilibrio vertical puede ser favorecido por:

- Alta permeabilidad vertical, k_v
- Pequeño espesor del reservorio (h)
- Gran diferencia de densidad entre los fluidos
- Grandes fuerzas capilares, lo que significa grandes zonas de transición capilar (H)
- Pequeñas viscosidades de fluidos
- Bajas tasas de inyección

El flujo difuso ocurre cuando:

- (a) El desplazamiento ocurre a tasa de inyección muy altas tal que los efectos de capilaridad y fuerzas gravitacionales son



La figura 3, muestra el esquema de un vistas areal en un reservorio lineal que tiene una sección transversal uniforme de área A . El desplazamiento puede también ser considerado para un reservorio inclinado (tilted) como se observa en la figura 4.

Figura 3 - Modelo de reservorio lineal 1-D.

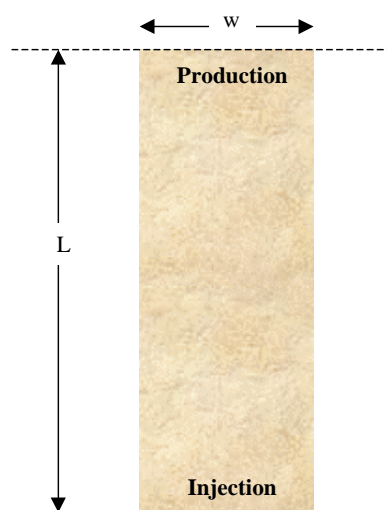
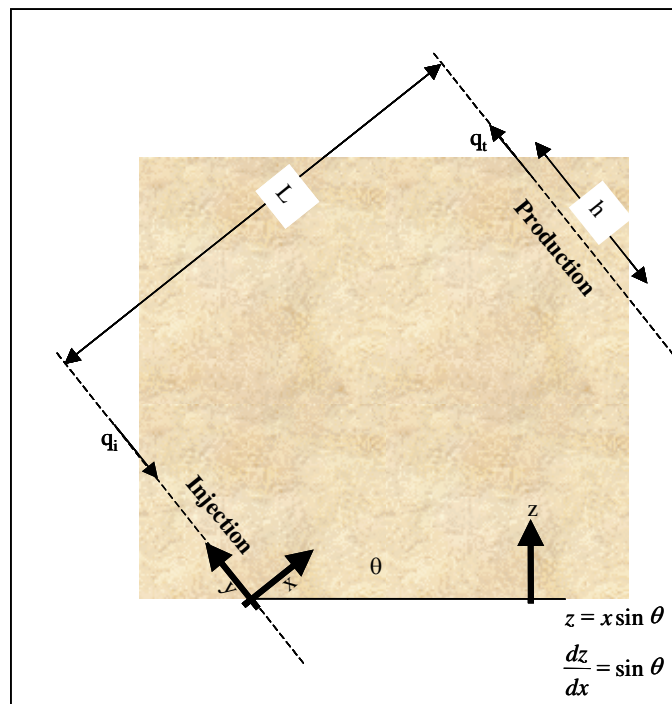


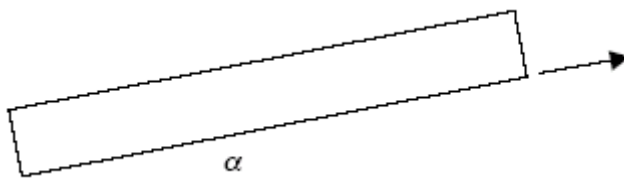
Figura 4 - Modelo de reservorio lineal 1-D.



Los pozos de producción e inyección se considera que han sido punzonados a través de todo el intervalo productivo, en cual se encuentra en la dirección normal al buzamiento.

El objetivo del curso, es describir la distribución de saturación en la dirección- y a medida que el fluido se mueve a través de la dirección- x .

Si consideramos el desplazamiento del petróleo por agua en un reservorio inclinado (tilted reservoir):



Aplicamos la ecuación de Darcy:

$$q_o = -\frac{kk_{ro}A}{\mu_o} \left(\frac{\partial P_o}{\partial x} + \rho_o g \sin \alpha \right)$$

$$q_w = -\frac{kk_{rw}A}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} + \rho_w g \sin \alpha \right),$$

y reemplazamos la presión de agua por:

$$P_w = P_o - P_{cow}$$

tendremos:

$$q_w = -\frac{kk_{rw}A}{\mu_w} \left(\frac{\partial(P_o - P_{cow})}{\partial x} + \rho_w g \sin \alpha \right).$$

rearrreglando las ecuaciones tendremos:

$$-q_o \frac{\mu_o}{kk_{ro}A} = \frac{\partial P_o}{\partial x} + \rho_o g \sin \alpha$$

$$-q_w \frac{\mu_w}{kk_{rw}A} = \frac{\partial P_o}{\partial x} - \frac{\partial P_{cow}}{\partial x} + \rho_w g \sin \alpha$$

Restando la primera ecuación de la segunda tendremos:

$$-\frac{1}{kA} \left(q_w \frac{\mu_w}{k_{rw}} - q_o \frac{\mu_o}{k_{ro}} \right) = -\frac{\partial P_{cow}}{\partial x} + \Delta \rho g \sin \alpha$$

Sustituyendo por:

$$q = q_w + q_o$$

y

$$f_w = \frac{q_w}{q},$$

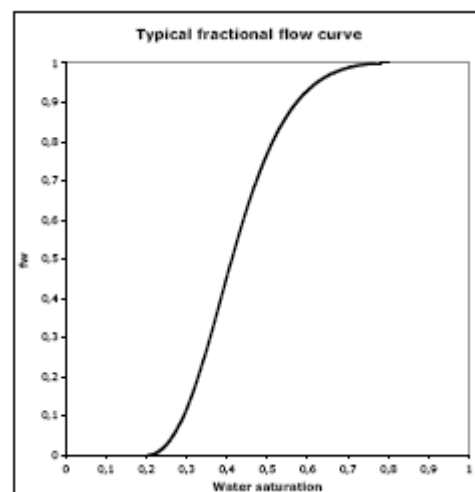
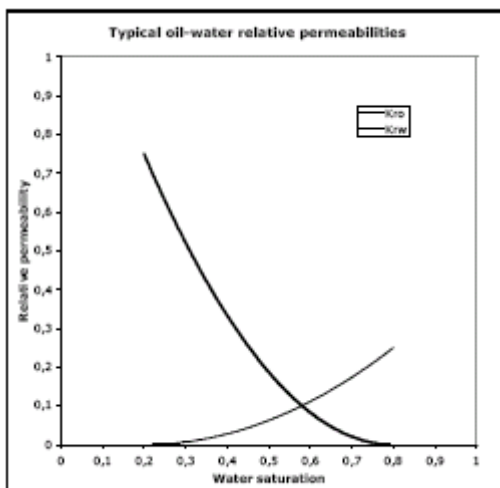
y resolviendo para la fracción de agua fluyente, obtendremos la siguiente expresión para la fracción de agua fluyente:

$$f_w = \frac{1 + \frac{k k_{ro} A}{q \mu_o} \left(\frac{\partial P_{cow}}{\partial x} - \Delta \rho g \sin \alpha \right)}{1 + \frac{k_{ro} \mu_w}{\mu_o k_{rw}}$$

Para el caso de flujo horizontal, con presión capilar insignificante, la expresión se reduce a:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro} \mu_w}{\mu_o k_{rw}}}$$

A continuación se muestran gráficos típicos para las permeabilidades relativas y curva de flujo fraccional.



DERIVACIÓN DE LA ECUACIÓN DE BUCKLEY Y LEVERETT

Para un proceso de desplazamiento, donde el agua desplaza al petróleo, se inicia la derivación con la aplicación de un balance de masa de agua, alrededor de un volumen de control de longitud ΔX para el siguiente sistema por un periodo de tiempo Δt .



El balance de masa puede ser escrito como:

$$[(q_w \rho_w)_x - (q_w \rho_w)_{x+\Delta x}] \Delta t = A \Delta x \phi [(S_w \rho_w)^{t+\Delta t} - (S_w \rho_w)^t]$$

Que cuando ΔX tiende a cero, y Δt tiende a cero, se reduce a la ecuación de la continuidad:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(q_w \rho_w) = A \phi \frac{\partial}{\partial t}(S_w \rho_w)$$

Si consideramos que la compresibilidad del fluido es insignificante:

$$\rho_w = \text{constant}$$

Además tenemos que:

$$f_w q_w = q$$

Por lo tanto:

$$-\frac{\partial f_w}{\partial x} = \frac{A \phi}{q} \frac{\partial S_w}{\partial t}$$

y si consideramos:

$$f_w(S_w),$$

la ecuación puede ser re-escrita como:

$$-\frac{df_w}{dS_w} \frac{\partial S_w}{\partial x} = \frac{A\phi}{q} \frac{\partial S_w}{\partial t}$$

Esta ecuación es conocida como la Ecuación de Buckley-Leverett, presentada en el famoso artículo de Buckley y Leverett en 1942.

DERIVACIÓN DE LA ECUACIÓN DE AVANCE FRONTAL

Ya que:

$$S_w(x,t)$$

Podemos escribir la siguiente expresión para el cambio de saturación:

$$dS_w = \frac{\partial S_w}{\partial x} dx + \frac{\partial S_w}{\partial t} dt$$

En la solución de Buckley-Leverett, consideramos un frente de fluido de saturación constante durante el desplazamiento del fluido, de tal manera que:

$$0 = \frac{\partial S_w}{\partial x} dx + \frac{\partial S_w}{\partial t} dt$$

Sustituyendo en la ecuación de Buckley-Leverett tenemos:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{q}{A\phi} \frac{df_w}{dS_w}$$

Integrando con respecto al tiempo:

$$\int_t \frac{dx}{dt} dt = \int_t \frac{q}{A\phi} \frac{df_w}{dS_w} dt$$

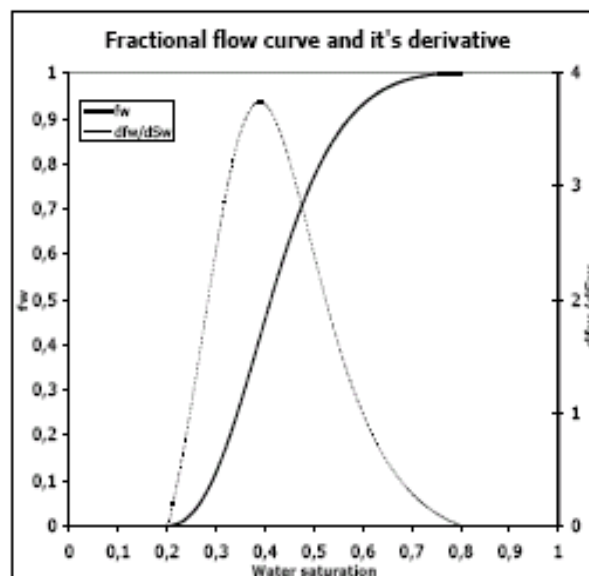
se genera una expresión que define la posición del frente del fluido:

$$x_f = \frac{qt}{A\phi} \left(\frac{df_w}{dS_w} \right)_f$$

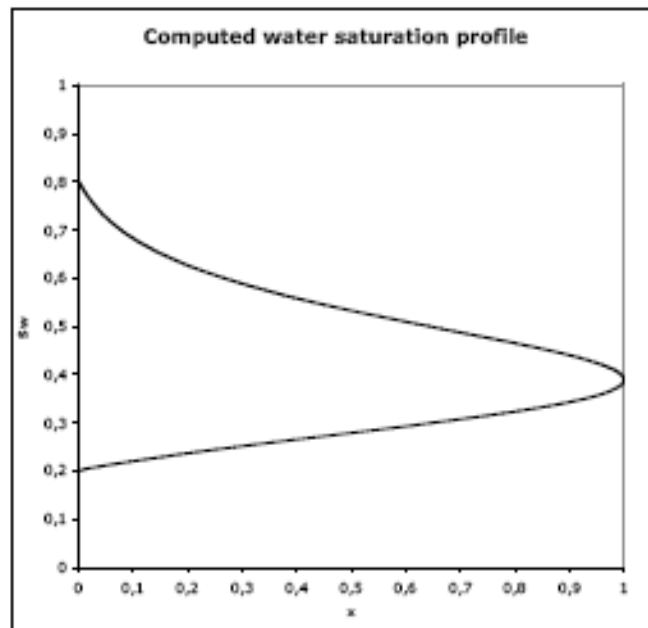
que se le llama la ecuación de avance frontal.

LA SOLUCION DE BUCKLEY-LEVERETT

Un gráfico típico para la curva de flujo fraccional y su derivada se muestra a continuación:

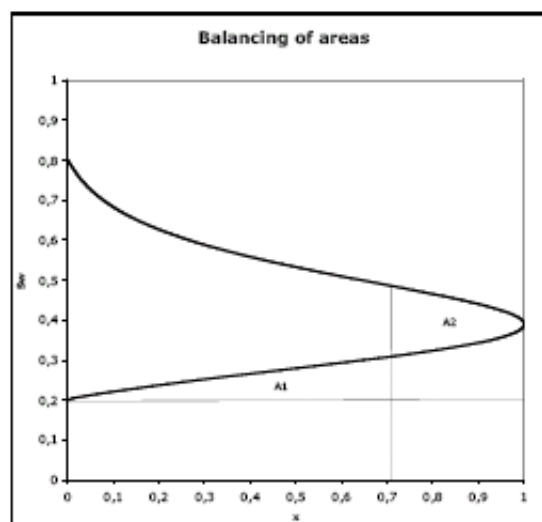


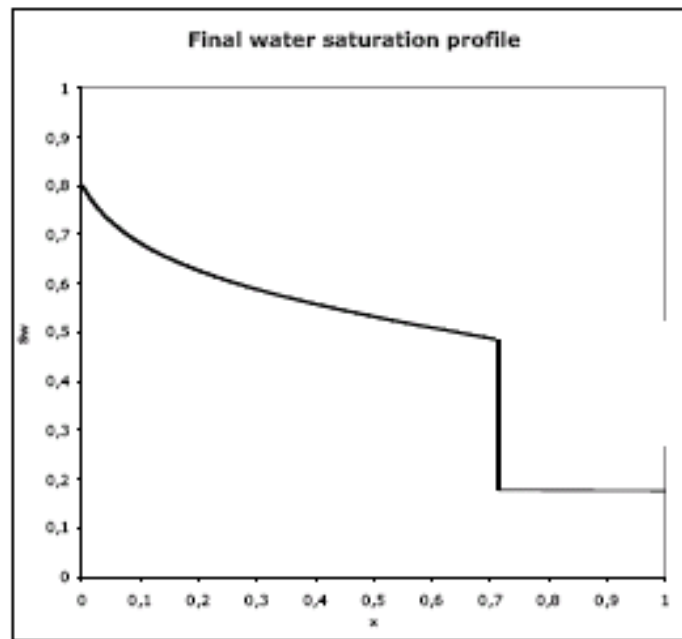
Usando la ecuación para localizar la posición del frente y graficando la saturación de agua vs la distancia, se obtiene el gráfico siguiente:



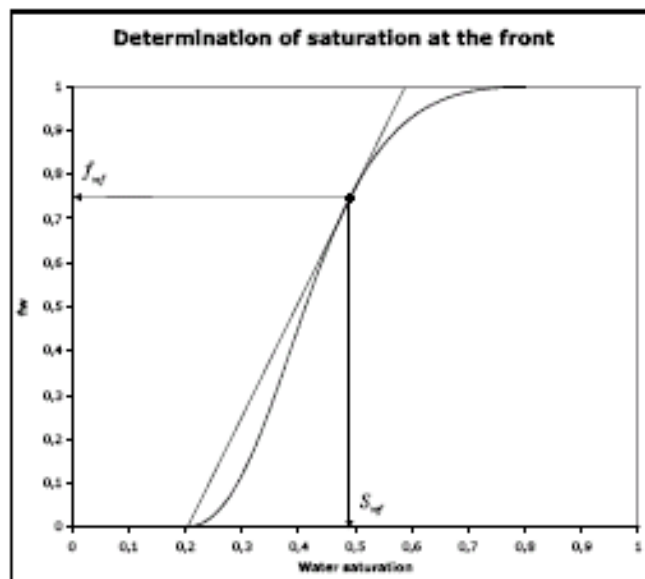
Se puede observar que el gráfico de saturaciones muestra una situación física imposible, ya que se tiene dos saturaciones para una misma posición (X). Sin embargo, esto es el resultado de la discontinuidad en la función saturación, y la solución a este problema por parte de Buckley-Leverett es modificar el gráfico al definir una discontinuidad de saturación en X_f y balancear las áreas (del frente y debajo de la curva).

El perfil de saturación final es:

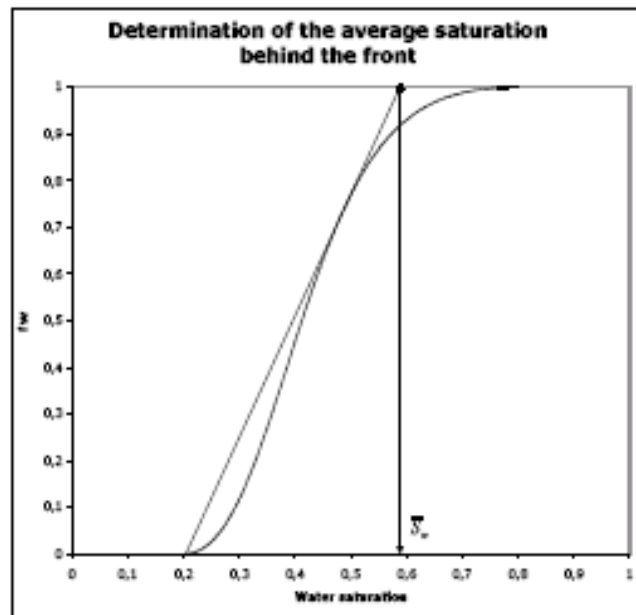




La determinación de la saturación de agua en el frente se muestra gráficamente como:



La saturación promedio detrás del frente, se determina por la intersección entre la línea tangente y $F_w = 1$.



En el momento de la irrupción del frente, el factor de recuperación se determina por:

$$RF = \frac{\bar{S}_w - S_{wir}}{1 - S_{wir}}$$

El corte de agua o fracción de agua a la irrupción del frente es:

$$WC_R = f_{wf}$$

ya que:

$$q_S = q_R / B.$$

y:

$$f_{wS} = \frac{q_{wS}}{q_{wS} + q_{oS}}$$

Podemos obtener:

$$f_{ws} = \frac{1}{1 + \frac{1 - f_w B_w}{f_w B_o}}$$

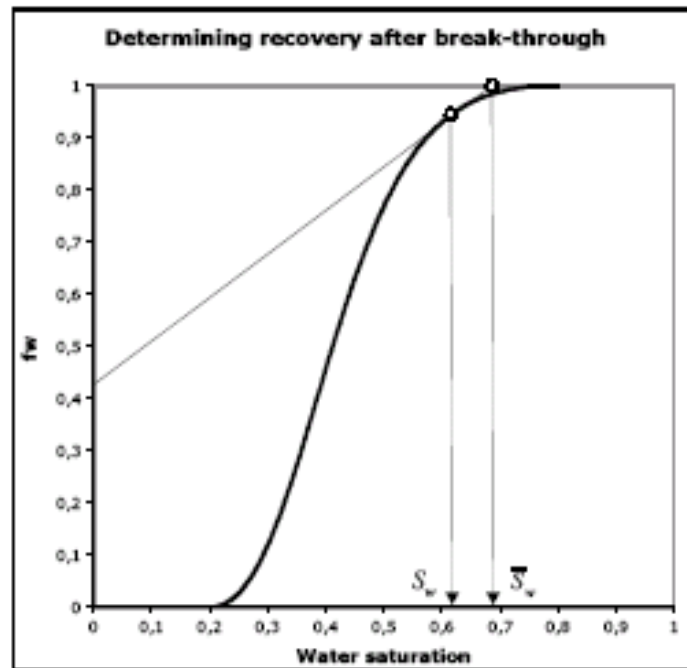
ó, en unidades de superficie:

$$WC_s = \frac{1}{1 + \frac{1 - f_w B_w}{f_w B_o}}$$

Para la determinación de la recuperación y corte de agua (fracción de agua o porcentaje de agua) después de la irrupción del frente, podemos aplicar la ecuación de avance frontal:

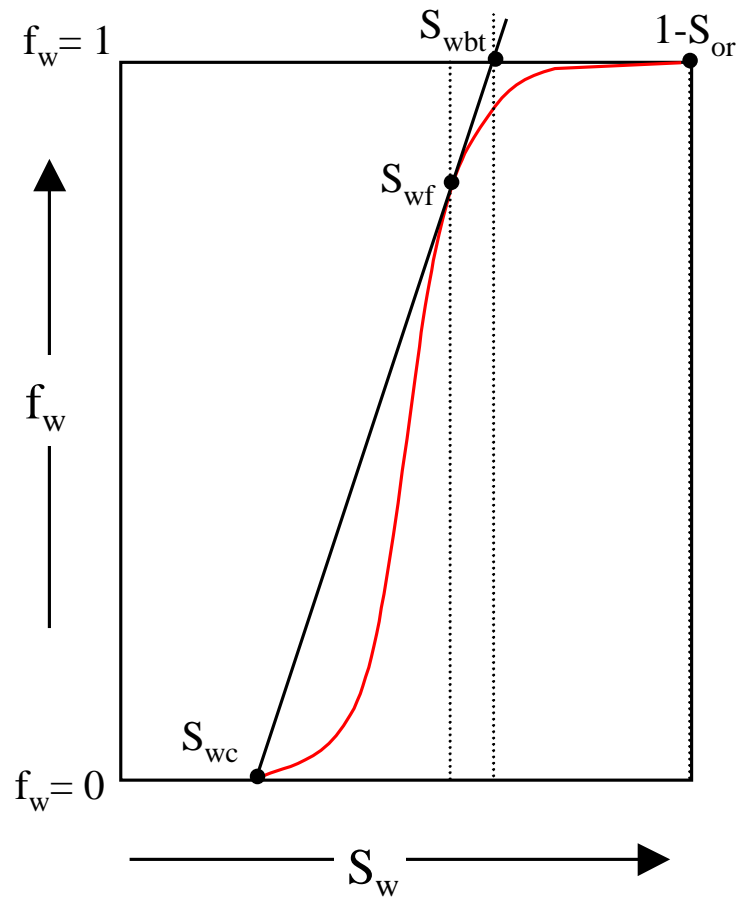
$$x_{S_w} = \frac{qt}{A\phi} \left(\frac{df_w}{dS_w} \right)_{S_w}$$

Para cualquier saturación de agua, S_w , podemos dibujar una tangente a la curva de F_w , a fin de determinar las saturaciones y sus correspondientes flujo fraccional.



Ya que las viscosidades y densidades se consideran constantes, la ecuación de flujo fraccional depende solo de la saturación (y estas a la vez de las permeabilidades relativas). La figura siguiente muestra la forma gráfica generada por la ecuación de flujo fraccional.

Figura X- Curva de flujo fraccional.



Para flujo fraccional y sin considerar el gradiente de presión capilar, tenemos:

$$f_{wh} = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro} \mu_o}{k_{rw} \mu_w}}$$

Se puede expresar la ecuación general, como:

$$f_w = f_{wh} \left\{ 1 + \frac{k_o 1.127 \times 10^{-3} A \frac{\partial P_c}{\partial x} - \frac{4.8855 \times 10^{-4} A \Delta \gamma \sin \theta}{\mu_o q_t}}{\mu_o q_t} \right\}$$

o

$$f_w = f_{wh} \{ 1 + N_c + N_g \}$$

N_c = Número capilar, adimensional

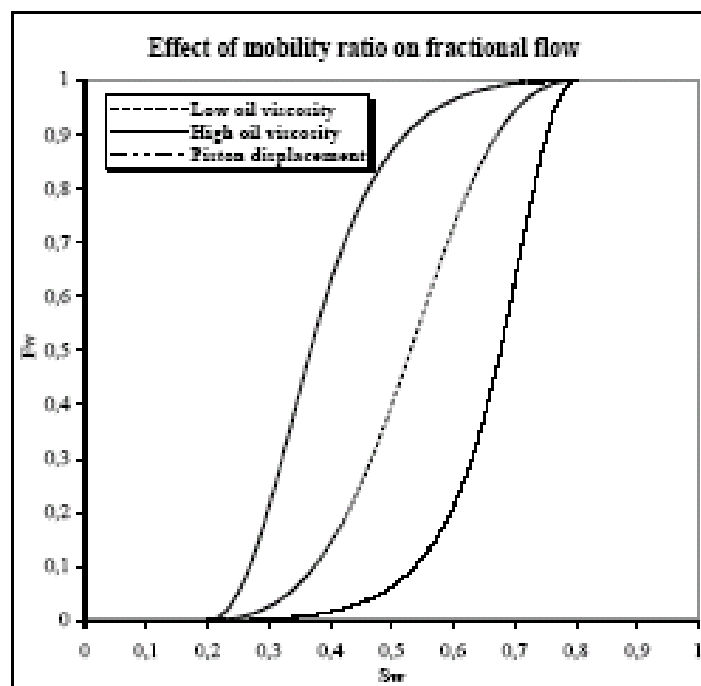
N_g = Número de gravedad, adimensional

EL EFECTO DEL RATIO DE MOVILIDAD SOBRE LA CURVA DE FLUJO FRACCIONAL

La eficiencia de una inyección de agua depende del ratio de Movilidad del fluido desplazante al fluido desplazado.

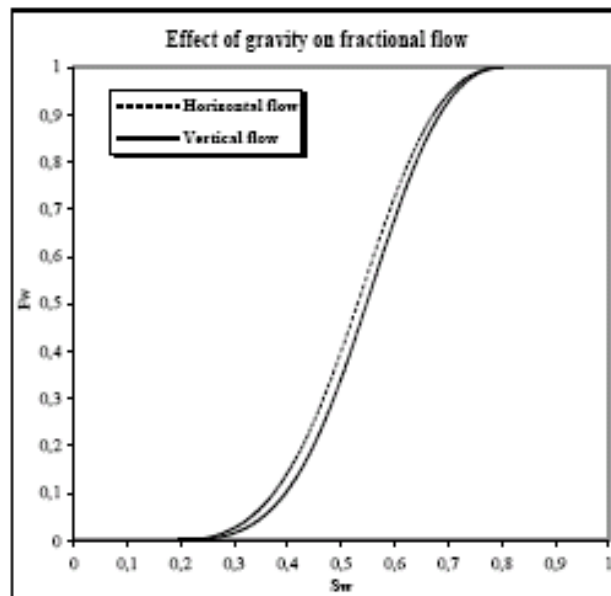
$$\frac{k_{rw}}{\mu_w} / \frac{k_{ro}}{\mu_o}$$

A mayor ratio, mejor eficiencia del desplazamiento, y la curva se mueve hacia la derecha. La eficiencia en la recuperación final se obtiene si el ratio es tan alto que la curva de flujo fraccional no tiene punto de inflexión (no tiene forma de S). Curvas típicas de flujo fraccional para alta y baja viscosidad y por lo tanto para alto y bajo ratio de movilidad, se muestran en la siguiente figura. Adicionalmente. Se muestra una curva extrema para una perfecta eficiencia al desplazamiento, tal como si fuera desplazamiento tipo pistón.



EFFECTO DE LA GRAVEDAD SOBRE LA CURVA DE FLUJO FRACCIONAL

Para un sistema no horizontal, con inyección de agua en el fondo y producción en el tope, las fuerzas de gravedad contribuirán a una mayor eficiencia de la recuperación. Las curvas típicas para un flujo horizontal e inclinado se muestra a continuación:



EFFECTO DE LA PRESION CAPILAR SOBRE LA CURVA DE FLUJO FRACCIONAL

De la expresión de flujo fraccional:

$$f_w = \frac{1 + \frac{kk_{ro}A}{q\mu_o} \left(\frac{\partial P_{cow}}{\partial x} - \Delta\rho g \sin\alpha \right)}{1 + \frac{k_{ro} \mu_w}{\mu_o k_{rw}}}$$

La presión capilar contribuirá a una mayor F_w , ya que:

$$\frac{\partial P_{cow}}{\partial x} > 0$$

y así a un menos eficiente desplazamiento. Sin embargo este argumento no es del todo válido, ya que la solución de Buckley-Leverett asume un desplazamiento del frente agua-petróleo discontinuo. Si la presión capilar es incluida en el análisis, el frente no existirá, ya que la dispersión capilar (imbibición) tomará lugar en el frente. Por lo tanto, en adición a la curva de flujo fraccional menos favorable, la dispersión también conducirá a una temprana irrupción del frente en el pozo de producción.

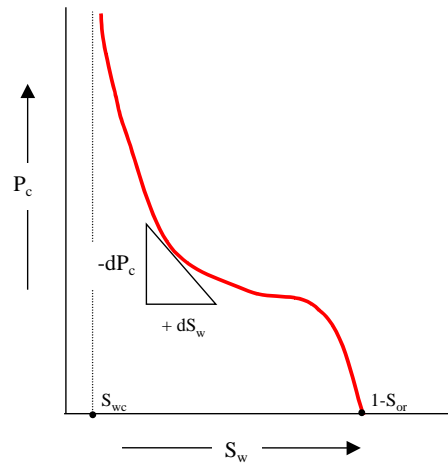
Para facilidad, adoptaremos la convención de Dake's (1988), para el ángulo θ que se mide desde la horizontal hasta la línea que indica la dirección del flujo. En este contexto, el término de gravedad, definido como $0.4335\Delta\gamma \sin\theta$, será positivo para desplazamiento en la dirección hacia arriba (up-dip), cuando $0 < \theta < \pi$ (Figura 4), y negativo para desplazamiento hacia abajo (down-dip), cuando $(\pi < \theta < 2\pi)$. Por lo tanto, la gravedad reduce o suprime el flujo de agua.

El efecto del gradiente de presión capilar puede ser comprendido, expresándolo en términos de diferenciales.

$$\frac{\partial P_c}{\partial x} = \left(\frac{\partial P_c}{\partial S_w} \right) \cdot \left(\frac{\partial S_w}{\partial x} \right)$$

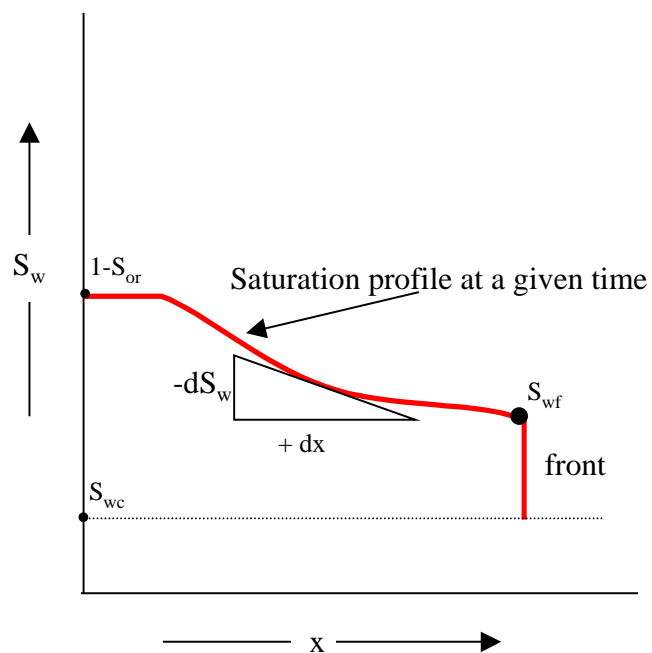
La figura 6 indica el primer término del gradiente capilar. La pendiente de la curva de presión capilar vs saturación es siempre negativa. Esto significa que cuando disminuye la saturación de agua, la presión capilar debe incrementar.

Figura 6 – Presión capilar como función de la saturación de agua.



La segunda parte del gradiente capilar se muestra en la figura 7, donde también se observa que las pendientes son siempre negativas. Por lo tanto $\partial P_c / \partial x$ es siempre positiva y consecuentemente su efecto será incrementar el flujo fraccional de agua.

Figura 7 – Distribución de la saturación de agua como una función de la distancia durante el desplazamiento.



El gradiente capilar incrementará el flujo fraccional de agua, pero normalmente este es ignorado. Debido a que $\partial S_w / \partial x$ no es conocido, su cálculo involucra un proceso iterativo.

El esquema de distribución de la saturación de agua mostrada en la figura 7, corresponde a una situación después que se ha inyectado un volumen determinado de agua. El diagrama muestra que existe un frente definido (denominado shock front), en este punto existe una discontinuidad en la saturación de agua que incrementa bruscamente desde S_{wc} a S_{wf} , la saturación del frente de inundación.

Detrás del frente existe un incremento gradual de la saturación desde S_{wf} hasta el valor máximo de $(1 - S_{or})$.

La ecuación de flujo fraccional es usada para calcular la fracción de agua en el flujo total, en cualquier punto del reservorio, asumiendo que la saturación de agua en ese punto es conocida. Para determinar cuando un plano de saturación de agua alcanza un punto particular en el sistema lineal, se requiere del uso de la teoría de desplazamiento de Buckley-Leverett.

PROCEDIMIENTO PARA EVALUAR LA ECUACIÓN DE BUCKLEY-LEVERETT

Construir la ecuación de flujo fraccional, para valores de k_{ro} , k_{rw} como una función de $S_w, \mu_o, \mu_w, \rho_o, \rho_w \dots etc.$

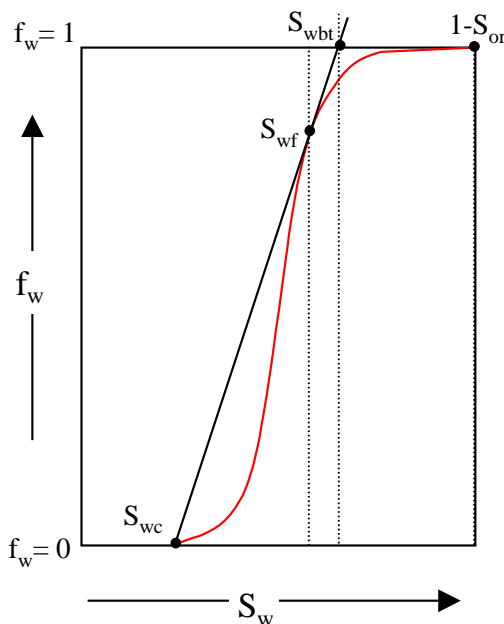
Elegir el tiempo $t = t_1$; $W_i = q_t \cdot t_1$.

Cubrir un rango de S_w desde S_{wc} hasta $(1 - S_{or})$ con $\Delta S_w = 0.1$

Evaluar $\frac{df_w}{dS_w}$ para cada S_w y evaluar la ecuación (30)

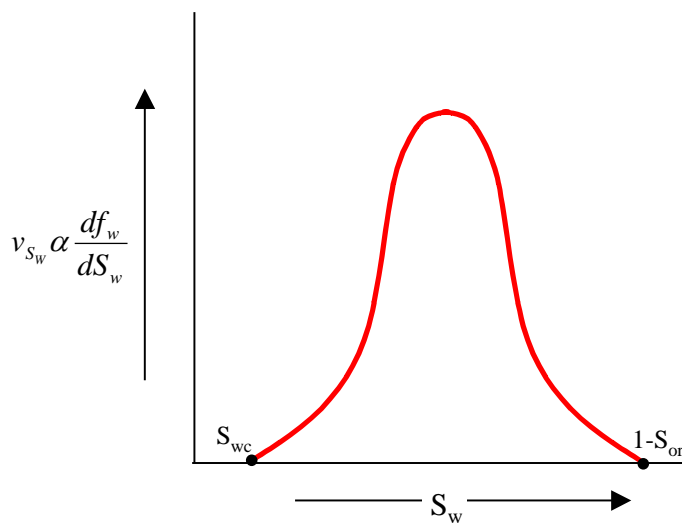
Una figura típica a ser obtenida utilizando este procedimiento se muestra en la figura 5, que se repite a continuación:

Figura 5 – Curva de flujo fraccional típica, como una función de la saturación de agua.



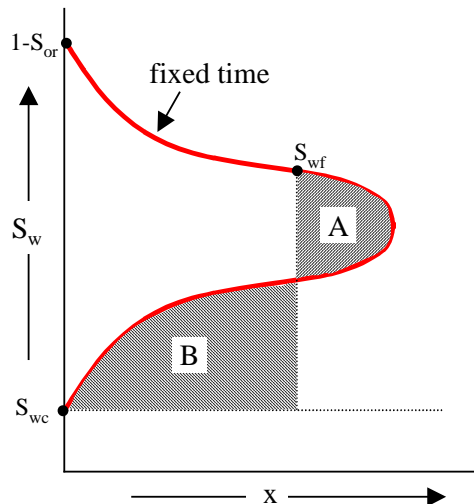
Sin embargo, existe una dificultad matemática cuando se usa esta técnica. Ya que frecuentemente existe un punto de inflexión en la curva de flujo fraccional, el gráfico de la derivada mostrará un máximo tal como se observa en la figura 10.

Figura 10 – Derivada de la Saturación de una curva de flujo fraccional



Si graficamos las derivadas para graficar la distribución de saturación a un tiempo en particular, el resultado será la línea roja en la figura 11. Este perfil es físicamente imposible, ya que indicaría que 03 saturaciones de agua podrían co-existir en un punto dado en el reservorio.

Figura 11 – Distribución de la saturación para un tiempo particular, usando la ecuación de Buckley-Leverett.



Lo que ocurre es que los valores de saturación que corresponden a la velocidad máxima tenderán inicialmente a alcanzar a los de baja saturación resultando en la formación de una discontinuidad en la saturación o un shock front. Debido a esta discontinuidad, es que la teoría de B-L no puede describir la situación del frente, debido a que la teoría de B-L asumió que la saturación fue continua y diferenciable. Pero, la teoría de B-L, puede ser aplicada detrás del frente, en el rango de saturación:.

$$S_{wf} < S_w < 1 - S_{or}$$

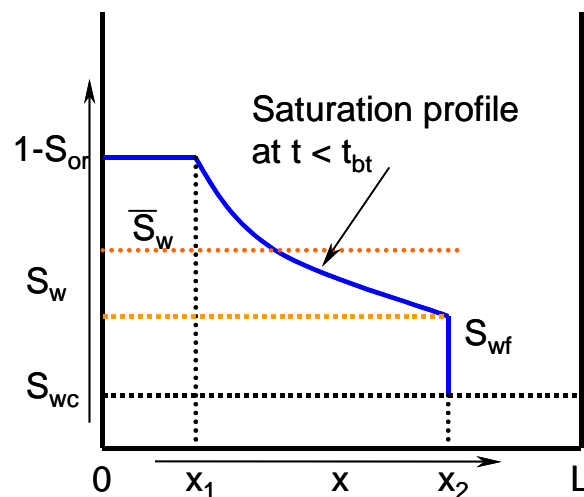
Para graficar el perfil correcto de saturación y determinar la localización vertical, se separa las 02 áreas sombreadas denominadas A y B, mostradas en la figura 11, de tal manera que sus áreas sean iguales. La línea que las divide representa la saturación del frente (shock front) S_{wf} .

Determinación de la Saturación promedio de agua detrás del frente (Shock Front)

En la figura 12 se muestra un perfil de saturación antes de la irrupción del frente en el pozo de producción (breakthrough). El agua ha sido inyectada durante un cierto tiempo y en la posición x_1 la saturación de agua del plano

correspondiente, alcanza su máximo valor, mientras que en x_2 la saturación de agua es la saturación del frente (shock front). Es necesario conocer la localización y el valor de esta saturación y la saturación promedio de agua detrás del frente.

Figura 12 – Perfil de saturación antes de la irrupción del frente (breakthrough) indicando la saturación del frente (shock front).



Aplicando un balance de materiales para el agua inyectada, tenemos:

$$W_i = \{ \text{volume swept} \} \times \{ \text{average water saturation} - \text{connate water saturation} \}$$

$$W_i = A\phi x_2 (\bar{S}_w - S_{wc}) = A\phi \left(\frac{W_i}{A\phi} \right) \left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{wf}} \times (\bar{S}_w - S_{wc})$$

Se ha reemplazado x_2 usando B-L. Cancelando y ordenando términos:

$$\bar{S}_w = S_{wc} + \frac{1}{\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{wf}}}$$

Se puede obtener otra expresión para la saturación promedio detrás del frente si se integra el perfil de saturación.

Usando el teorema del valor medio, la saturación promedio de agua desde el inyector ($\mathbf{x} = \mathbf{0}$) hasta el frente ($\mathbf{x} = \mathbf{x}_2$) se obtiene por:

$$\overline{S_w} = \frac{\int_0^{x_2} S_w dx}{\int_0^{x_2} dx} = \frac{\int_0^{x_1} S_w dx + \int_{x_1}^{x_2} S_w dx}{x_2}$$

$$\overline{S_w} = \frac{(1 - S_{or}) x_1 + \int_{x_1}^{x_2} S_w dx}{x_2}$$

Reemplazando x_1 , x_2 y dx usando B-L evaluada a la saturación correspondiente,

$$[B-L] \quad x_{S_w} = \frac{W_i}{A\phi} \left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{S_w}$$

$$\overline{S_w} = \frac{(1 - S_{or}) \left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{1-S_{or}} + \int_{1-S_{or}}^{S_{wf}} S_w d \left[\frac{df_w}{dS_w} \right]}{\left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{S_{wf}}}$$

Evaluando $\int_{1-S_{or}}^{S_{wf}} ()$ por partes,

$$\begin{aligned} \int_{1-S_{or}}^{S_{wf}} S_w d \left(\frac{df_w}{dS_w} \right) &= \left[S_w \frac{df_w}{dS_w} \right]_{1-S_{or}}^{S_{wf}} - \int_{1-S_{or}}^{S_{wf}} dS_w \cdot \frac{df_w}{dS_w} \\ &= \left[S_w \frac{df_w}{dS_w} \right]_{1-S_{or}}^{S_{wf}} - f_w \Big|_{1-S_{or}}^{S_{wf}} \\ &= \left[S_w \frac{df_w}{dS_w} \right]_{1-S_{or}}^{S_{wf}} - f_{wf} + 1 \end{aligned}$$

Sustituyendo la ecuación (40) en la ecuación (37) y simplificando,

$$\overline{S_w} = \frac{(1 - S_{or}) \left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{1-S_{or}} + S_{wf} \left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{S_{wf}}}{\left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{S_{wf}}} \cdot \frac{-(1 - S_{or}) \left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{1-S_{or}} - f_{wf} + 1}{\left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{S_{wf}}}$$

$$\overline{S_w} = S_{wf} + \frac{1 - f_{wf}}{\left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{S_{wf}}}$$

Comparando la ecuación (33) y ecuación (42)

$$\overline{S_w} = S_{wc} + \frac{1}{\left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{S_{wf}}}$$

$$\overline{S_w} = S_{wf} + \frac{1 - f_{wf}}{\left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{S_{wf}}}$$

Se obtiene,

$$S_{wc} + \frac{1}{\left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{S_{wf}}} = S_{wf} + \frac{1 - f_{wf}}{\left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{S_{wf}}}$$

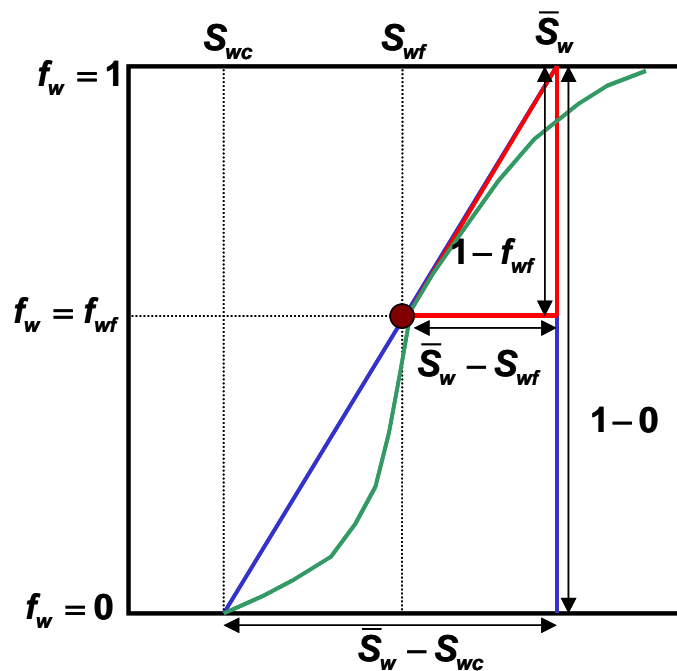
$$\left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{S_{wf}} = \frac{1 - f_{wf}}{S_w - S_{wf}} = \frac{1 - 0}{S_w - S_{wc}}$$

La tangente a la curva de flujo fraccional trazada desde el punto $S_w = S_{wc}, f_w = 0$, debe tener un punto de tangencia con sus coordenadas en el punto $f_w = f_w|_{S_{wf}} = f_{wf}$; y la extrapolación de esta tangente debe interceptar la línea $f_w = 1$ en el punto $S_w = \bar{S}_w; f_w = 1$.

Para obtener las derivadas, se requiere graficar f_w vs S_w

La figura 13, indica el punto de convergencia de las 02 pendientes en el frente (shock front).

Figura 13 – Pendiente de la curva de flujo fraccional.



APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE FLUJO FRACCIONAL EN LOS CÁLCULOS DE RECUPERACIÓN DE PETRÓLEO

Existen diferentes métodos para calcular la recuperación de petróleo dependiendo del tipo de reservorio, ya sea homogéneo o estratificado (layered).

Para **Reservorios Homogeneos:**

Método de Buckley-Leverett

Para **Reservorios Estratificados (Layered o Stratified):**

Método de Stiles

Método de Dykstra-Parsons

Método de Jonson

RESERVORIOS HOMOGENEOS – MÉTODO DE BUCKLEY-LEVERETT

Se puede obtener fácilmente el perfil de saturaciones y la recuperación de petróleo es igual al agua inyectada (01 barril de agua inyectada es igual a 01 barril de petróleo desplazado o producido – suposición de estado estable). Se requiere por lo tanto, la evaluación del petróleo recuperado después de la irrupción del frente (breakthrough).

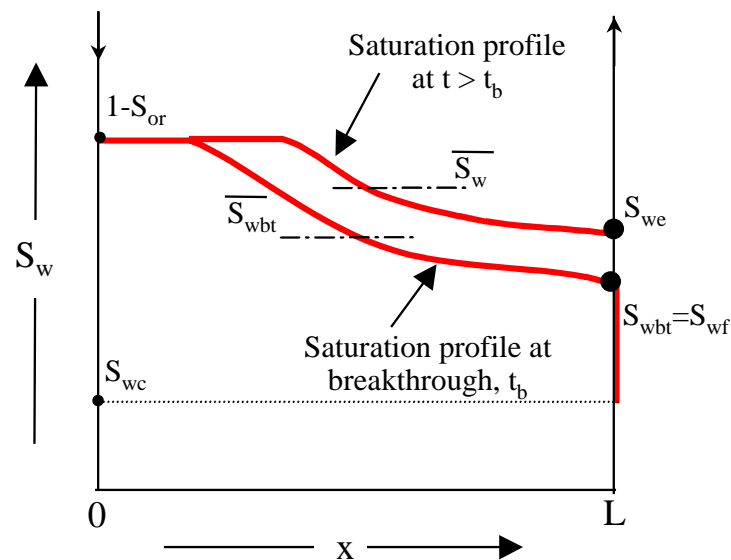
Después de la irrupción en el pozo productor $x_2 = L$.

Si hacemos $W_{id} = \frac{W_i}{LA\phi}$ = número adimensional de volúmenes porosos de agua inyectada

$$1 PV = LA\phi.$$

La figura 14, muestra la distribución de saturación de agua para 02 tiempos diferentes, siendo uno para la irrupción (breakthrough) y el otro para un tiempo posterior en una inyección lineal.

Figura 14 – Distribución de la saturación de agua para: (1) en la irrupción y (2) posterior a la irrupción, en una inyección lineal.



En el preciso instante de la irrupción, S_{wbt} = saturación de agua en la irrupción (breakthrough) = S_{wf} el frente alcanza al pozo productor y la producción de agua del reservorio incrementa repentinamente desde cero hasta f_{wbt} . Esto confirma la existencia del shock.

$$q_{id} = q_i / LA\phi$$

La producción adimensional de petróleo en la irrupción (breakthrough):

$$N_{pd_{bt}} = W_{id_{bt}} = q_{id} \cdot t_{bt} = (\bar{S}_{w_{bt}} - S_{wc}) = \frac{1}{\left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \Big|_{S_{wbt}}}$$

Usando la ecuación (32)

$$t_{bt} = \frac{W_{id_{bt}}}{q_{id}}$$

Después de la irrupción (breakthrough), se producirá conjuntamente agua y petróleo.

$$\frac{W_i}{LA\phi} = \frac{1}{\left(\frac{df_w}{dS_w}\right)_{S_{we}}} = W_{id}$$

En este momento, se evaluará la recuperación de petróleo,

$$\overline{S_w} = S_{we} + (1 - f_{we}) \frac{1}{\left(\frac{df_w}{dS_w}\right)_{S_{we}}}$$

o

$$\overline{S_w} = S_{we} + (1 - f_{we}) \cdot W_{id}$$

Si restamos S_{wc} de ambos lados de la ecuación:

$$N_{pd} = \overline{S_w} - S_{wc} = S_{we} - S_{wc} + (1 - f_{we}) W_{id}$$

Ejercicio # 1 – Flujo Fraccional

En un reservorio horizontal, con patrón de inyección “direct line drive” se está inyectando agua para desplazar petróleo en uno de los extremos del reservorio, bajo condiciones de flujo difuso. Las funciones de permeabilidad relativa para el agua y el petróleo se listan en la tabla N° 1 siguiente:

Tabla N° 1 – Datos de saturación y permeabilidad relativa, ejercicio # 1 del libro de Dake.

S_w	k_{rw}	k_{ro}	S_w	k_{rw}	k_{ro}
0.20	0.000	0.800	0.50	0.075	0.163
0.25	0.002	0.610	0.55	0.100	0.120
0.30	0.009	0.470	0.60	0.132	0.081
0.35	0.020	0.370	0.65	0.170	0.050
0.40	0.033	0.285	0.70	0.208	0.027
0.45	0.051	0.220	0.75	0.251	0.010
			0.80	0.300	0.000

La presión es mantenida en su valor inicial, por lo que,

$$B_o = 1.3 \text{ rb/stb and } B_w = 1.0 \text{ rb/stb}$$

Compare los valores del corte de agua de producción (a condiciones de superficie) y la recuperación de petróleo hasta la irrupción del frente para las siguientes combinaciones de fluido.

Tabla 2. - Casos para analizar los diferentes resultados de flujo fraccional, ejercicio #1.

Caso	Viscosidad del petróleo	Viscosidad del agua
1	50 cp	0.5 cp
2	5 cp	0.5 cp
3	0.4 cp	1.0 cp

Asuma que los datos de permeabilidad relativa y PVT son iguales para los 03 casos.

Solución al ejercicio #1 – Flujo Fraccional

1) Para flujo horizontal, el flujo fraccional en el reservorio es:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{\mu_w}{k_{rw}} \cdot \frac{k_{ro}}{\mu_o}}$$

y el corte de agua de producción en superficie es, f_{ws} ,

$$f_{ws} = \frac{q_w/B_w}{q_w/B_w + q_o/B_o}$$

las tasas son expresadas en rb/d , y B_w, B_o toman en cuenta el efecto de compresibilidad $B [=] stb/rb$

Combinando las 02 ecuaciones anteriores, se logra una expresión para el corte de agua en superficie:

$$f_{ws} = \frac{1}{1 + \frac{B_w}{B_o} \left(\frac{1}{f_w} - 1 \right)}$$

El flujo fraccional en el reservorio para los 03 casos puede ser calculado como sigue:

$$\text{Caso 1 es } \frac{\mu_w}{\mu_o} = .01$$

$$\text{Caso 2 es } \frac{\mu_w}{\mu_o} = .1$$

$$\text{Caso 3 es } \frac{\mu_w}{\mu_o} = 2.5$$

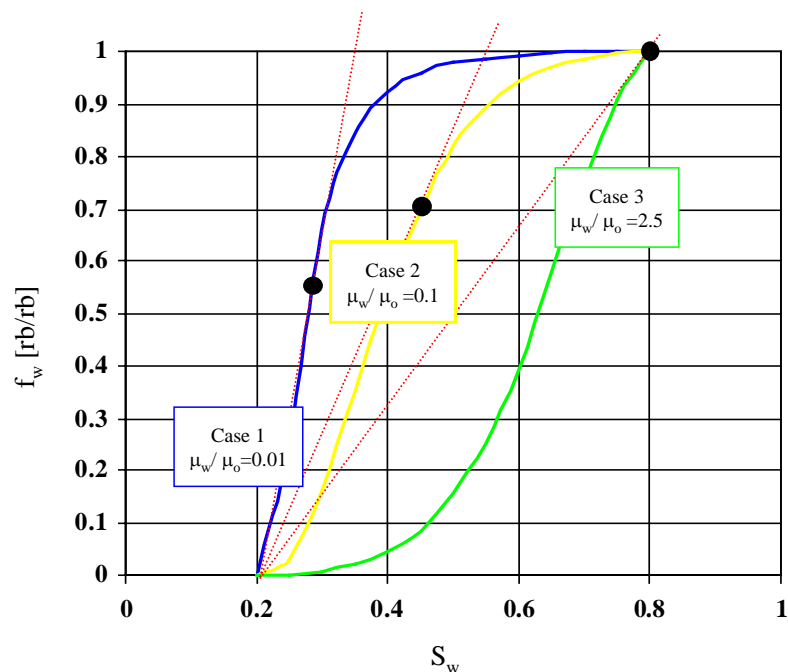
S_w	k_{rw}	k_{ro}	k_{ro}/k_{rw}	Flujo fraccional (f_w)		
				Caso 1	Caso 2	Caso 3
0.20	0.000	0.800	∞	0.000	0.000	0.000
0.25	0.002	0.610	305.000	0.247	0.032	0.001
0.30	0.009	0.470	52.222	0.657	0.161	0.008
0.35	0.020	0.370	18.500	0.844	0.354	0.021
0.40	0.033	0.285	8.636	0.921	0.537	0.044
0.45	0.051	0.220	4.314	0.959	0.699	0.085
0.50	0.075	0.163	2.173	0.979	0.821	0.155
0.55	0.100	0.120	1.200	0.988	0.893	0.250
0.60	0.132	0.081	0.614	0.994	0.942	0.394
0.65	0.170	0.050	0.294	0.997	0.971	0.576
0.70	0.208	0.027	0.130	0.999	0.987	0.755
0.75	0.251	0.010	0.040	0.999	0.996	0.909
0.80	0.300	0.000	0.000	1.000	1.000	1.000

Los gráficos de flujo fraccional para los 03 casos son mostrados en la figura 15 y los resultados obtenidos aplicando la técnica gráfica de Welge's se muestra a continuación:

Caso	S_{wbt}	f_{wbt} (reservorio)	f_{wsbt} (superficie)	\bar{S}_{wbt}	N_{pdbt} (PV)
1	0.28	0.55	0.61	0.34	0.14
2	0.45	0.70	0.75	0.55	0.35
3	0.80	1.00	1.00	0.80	0.60

4.- Recuperación de petróleo y saturación al momento de la irrupción

Figura 15 – Flujo fraccional para diferentes casos.



Un parámetro importante para determinar la efectividad de una inyección de agua es el end point mobility ratio definida como:

$$M = \frac{k'_{rw}/\mu_w}{k'_{ro}/\mu_o}$$

Para un flujo horizontal, estable, ocurrirá el desplazamiento tipo pistón para $M \leq 1$. Un parámetro mas significativo para caracterizar la estabilidad del desplazamiento de Buckley-Leverett es el shock front mobility ratio, M_s , definido por

$$M_s = \frac{k_{ro}(S_{wf})/\mu_o + k_{rw}(S_{wf})/\mu_w}{k_{ro}/\mu_o}$$

donde las permeabilidades relativas en el numerador son evaluadas para la saturación del shock front, S_{wf} . Hagoort ha demostrado usando un argumento teorico respaldado por un experimento, que el desplazamiento de Buckley-Leverett es considerado como estable para la condición $M_s < 1$. Si esta condición no es satisfecha, existirá una severa canalización viscosa del agua a través del petróleo y ocurrirá irrupción aún antes que la estimada por la técnica de Welge. Valores de M y M_s para los tres casos definidos en el ejercicio, son mostrados en la tabla siguiente.

Valores de las permeabilidades relativas en el shock front calculadas usando datos del ejercicio #1 (Flujo fraccional).

Caso No.	$\frac{\mu_o}{\mu_w}$	S_{wf}	$k_{rw}(S_{wf})$	$k_{ro}(S_{wf})$	M_s	M
1	100	0.28	0.006	0.520	1.40	37.50
2	10	0.45	0.051	0.220	0.91	3.75
3	0.4	0.80	0.300	0.000	0.15	0.15

Usando los datos previos, se puede analizar lo siguiente:

Caso 1 –Este desplazamiento es inestable debido al alto valor del ratio oil/water viscosity. Esto resulta en el by-passing del petróleo y consecuentemente la irrupción prematura del agua. La recuperación de petróleo es pequeña y serán necesarios inyectar muchos volúmenes porosos de agua para recuperar todo el petróleo movable. Bajo estas condiciones la recuperación de petróleo por inyección de agua es difícil y se debería considerar la aplicación de métodos de recuperación termal a fin de reducir la ratio de viscosidad.

Caso 2 – El ratio de viscosidad oil/water es una orden de magnitud que en el caso 1, lo cual genera un desplazamiento estable y favorable ($M_s < 1$). Este caso será analizado con mayor detalle mas adelante, en el cual la recuperación de petróleo después del breakthrough es determinada como una función del agua inyectada acumulada y el tiempo.

Caso 3 – Para el desplazamiento de petróleo de muy baja viscosidad ($\mu_o = .4 \text{ cp}$) tanto la ratio de movilidad al end point y al shock front son menores que la unidad y ocurre desplazamiento tipo pistón. La tangente a la curva de flujo fraccional, de $S_w = S_{wc}$, $f_w = 0$, se une a la curva en $S_{w_{bt}} = 1 - S_{or}$, $f_{w_{bt}} = 1$ y por lo tanto $S_{w_{bt}} = \overline{S}_{w_{bt}} = S_{or}$. La recuperación total al breakthrough es $\overline{S}_{w_{bt}} - S_{wc} = 1 - S_{or} - S_{wc}$, que es el volumen total de petróleo movable.

Ejercicio # 2 – Predicción de la Recuperación de Petróleo.- Se inyecta agua a una tasa constante de 1000 b/d/pozo en un patron direct line drive en un reservorio con las siguientes propiedades:

$$\phi = 0.18$$

$$S_{wc} = 0.20$$

$$S_{or} = 0.20$$

$$\mu_o = 5 \text{ cp}$$

$$\mu_w = 0.5 \text{ cp}$$

Las permeabilidades relativas para el agua y petróleo se presentan en la Tabla No 2y la geometría del patrón de flujo es el siguiente:

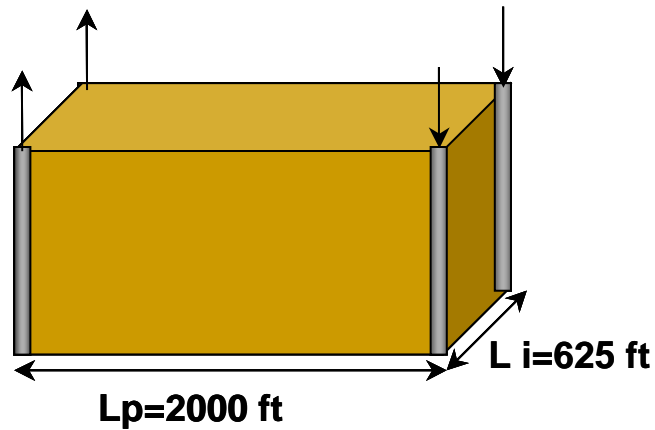
Angulo de Buzamiento = 0°

Espesor del reservorio = 40 ft

Distancia entre pozos inyectores = 625 ft

Distancia entre inyectores y productores = 2000 ft

Figura 16 – Esquema de un direct line drive.



Asuma que prevalecen condiciones de flujo difuso y que la inyección inicia simultáneamente con la producción de petróleo.

- 1) Determine el tiempo cuando ocurre breakthrough.
- 2) Determine la producción acumulada de petróleo como una función del agua inyectada acumulada y del tiempo.

Solución al ejercicio # 2

Las permeabilidades relativas y viscosidades para el petróleo y agua son idénticas que para el Caso 2 del ejercicio # 1 (Flujo Fraccional). Por lo tanto, la curva de flujo fraccional es la misma que en la Figura 15, donde el breakthrough ocurre,

$$S_{w_{bt}} = 0.45$$

$$f_{w_{bt}} = 0.70$$

$$y \quad W_{id_{bt}} = N_{pd_{bt}} = 0.35$$

Calculos del tiempo de Breakthrough

Para una tasa de inyección constante el tiempo esta relacionado al influjo adimensional por la expresión siguiente:

$$t = \frac{W_{id} \times (\text{one pore volume})}{q_{id} \times 5.615 \times 365} \frac{(\text{cu. ft})}{(\text{cu. ft/year})}$$

$$t = \frac{W_{id} \times 625 \times 40 \times 2000 \times .18}{1000 \times 5.615 \times 365} \text{ (years)}$$

$$t = 4.39 W_{id} \text{ (years)}$$

El breakthrough ocurrirá a un tiempo

$$t_{bt} = 4.39 \times 0.35 = 1.54 \text{ years}$$

2) Recuperación de petróleo

La recuperación de petróleo después del breakthrough, expresado en volúmenes porosos, puede ser calculado usando

$$N_{pd} = (S_{we} - S_{wc}) + (1 - f_{we}) W_{id}$$

donde

$$W_{id} = \frac{1}{\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_{we}}}$$

Si hacemos que S_{we} , la saturación de agua en la zona del productor, se eleve en incrementos de 5% (**for** $S_{we} \geq S_{wbt}$) los valores correspondientes a W_{id} son calculados en la Tabla 6, usando datos de la tabla 4 para el Caso 2.

Tabla 6- Resultados para el ejercicio #2.

S_{we}	f_{we}	ΔS_{we}	Δf_{we}	$\Delta f_{we} / \Delta S_{we}$	S_{we}^*	W_{id}
0.45 (bt)	0.699					
		0.05	0.122	2.440	0.475	0.410
0.50	0.821					
		0.05	0.072	1.440	0.525	0.694
0.55	0.893					
		0.05	0.049	0.980	0.575	1.020
0.60	0.942					
		0.05	0.029	0.580	0.625	1.724
0.65	0.971					
		0.05	0.016	0.320	0.675	3.125
0.70	0.987					
		0.05	0.009	0.180	0.725	5.556
0.75	0.996					
		0.05	0.004	0.080	0.775	12.500
0.80	1.000					

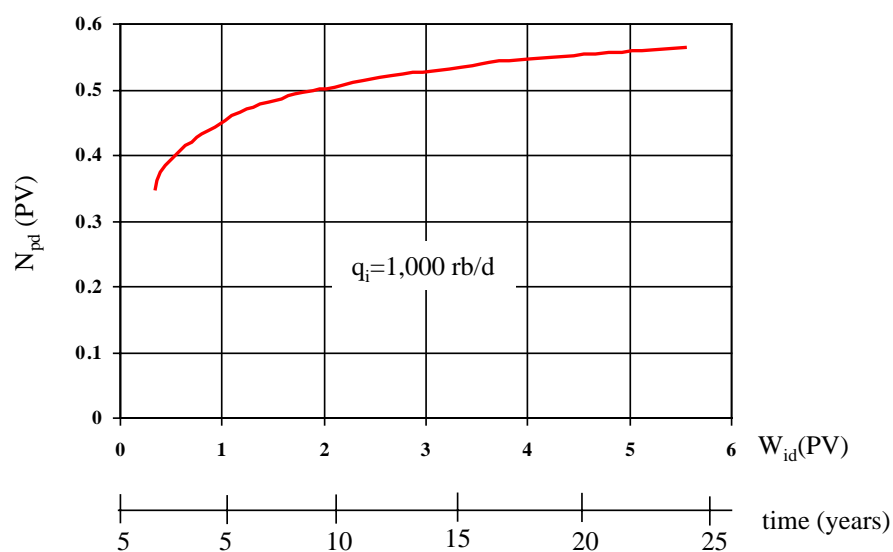
En esta tabla, los valores de $\Delta f_{we} / \Delta S_{we}$ han sido calculados (no gráficamente). Los valores de S_{we}^* en la Columna 6 son los puntos medios de cada incremento de saturación, y se han calculado valores discretos de W_{id} usando la ecuación (60). La recuperación de petróleo como una función de W_{id} y el tiempo, pueden ser determinados usando la ecuación (59) como se observa en la Tabla 7.

Tabla 7 – Recuperación de petróleo como función del tiempo y agua inyectada

S_{we}^*	$S_{we}^* - S_{wc}$	f_{we}^*	$1 - f_{we}^*$	W_{id} (PV)	N_{pd} (PV)	Time (yrs)
0.475	0.275	0.765	0.235	0.410	0.371	1.80
0.525	0.325	0.870	0.130	0.694	0.415	3.05
0.575	0.375	0.925	0.075	1.020	0.452	4.48
0.625	0.425	0.962	0.038	1.724	0.491	7.57
0.675	0.475	0.982	0.018	3.125	0.531	13.72
0.725	0.525	0.993	0.007	5.556	0.564	24.39

Los valores de f_{we}^* en la Columna 3 de la Tabla 7 han sido obtenidas de la figura 15 (Caso 2), para el valor correspondiente de S_{we}^* . La recuperación de petróleo en volúmenes porosos es graficado como una función de W_{id} y tiempo en la figura 18. La máxima recuperación possible es un volumen de petróleo movable, i.e., $(1 - S_{wc} - S_{or}) = 0.6 PV$.

Figura 18 – Recuperación adimensional de petróleo (PV) como una función adimensional del volumen poroso inyectado (PV), y tiempo.



En el caso general, en la cual el desplazamiento toma lugar a una presión fija y sobre la presión del punto de burbuja, se tiene

$$N_{pd} = \frac{\text{oil production (rb)}}{\text{one pore volume (rb)}} = \frac{N_p B_o}{N B_{oi}} (1 - S_{wc})$$

y la expresión convencional

$$\frac{N_p}{N} = \frac{B_{oi}}{B_o} \frac{N_{pd}}{(1 - S_{wc})} \frac{\text{(stb.oil)}}{\text{STOIPP (stb)}}$$

en la última expresión, $B_o = B_{oi}$, ya que el desplazamiento ocurre a la presión inicial del reservorio, $N_p/N = N_{pd}/(1 - S_{wc})$.

Cuando la ratio de movilidad es desfavorable (mayor que 10) el método de Buckley-Leverett no es aplicable y se puede usar el método de digitamiento viscoso.

EJEMPLO

Un reservorio sometido a impulsión por agua es de tal dimensión y forma que la invasión del agua a la primera línea de productores puede ser tratada como flujo lineal. El empuje de agua es suficientemente activo que el flujo de fluidos está en estado estable. La tasa de producción de fluidos del reservorio es en promedio 2,830 bl-res/día. Calcular los valores de flujo fraccional para este reservorio a las saturaciones listadas más abajo. Los datos del reservorio son los siguientes:

Buzamiento promedio de la formación	: 15.5 °
Ancho promedio del reservorio	: 8,000 pies
Espesor promedio del reservorio	: 30 pies
Area de sección transversal promedio	: 240,000 pies ²
Permeabilidad	: 108 md.
Agua connata (irreducible)	: 16 %
Gravedad específica del petróleo en el reservorio	: 1.01
Viscosidad del petróleo	: 1.51 cp.
Gravedad específica del agua del reservorio	: 1.05
Viscosidad del agua	: 0.83.

Datos de Permeabilidad Relativa

Sw	Krw	Kro
0.79	0.63	0.00 (Crítica)
0.75	0.54	0.02
0.65	0.37	0.09
0.55	0.23	0.23
0.45	0.13	0.44
0.35	0.06	0.73
0.25	0.02	0.94
0.16	0.00(Crítica)	0.98

Solución

$$f_w = \frac{1 - 1.127 \cdot \left(\frac{K_o \cdot A}{\mu_o \cdot q_t} \right) \left(\frac{\partial P_c}{\partial x} + 0.4335 \cdot \Delta\gamma \cdot \text{Sen}\theta \right)}{1 + \left(\frac{\mu_w}{K_{rw}} \right) \left(\frac{K_{ro}}{\mu_o} \right)}$$

Si

$$\frac{\partial P_c}{\partial x} = 0$$

$$f_w = \frac{1 - 0.488 \cdot \left(\frac{K_o \cdot A}{\mu_o \cdot q_t} \right) (\Delta\gamma \cdot \text{Sen}\theta)}{1 + \left(\frac{\mu_w}{K_{rw}} \right) \left(\frac{K_{ro}}{\mu_o} \right)}$$

$$f_w = \frac{1 - \left(\frac{0.488 \cdot K \cdot K_{ro} \cdot A \cdot \Delta\gamma \cdot \text{Sen}\theta}{\mu_o \cdot q_t} \right)}{1 + \left(\frac{\mu_w}{K_{rw}} \right) \left(\frac{K_{ro}}{\mu_o} \right)}$$

$$f_w = \frac{1 - \left(\frac{0.488 \cdot 0.108 \cdot K_{ro} \cdot 240,000 \cdot 0.04 \cdot \text{Sen}15.5}{1.51 \cdot 2,830} \right)}{1 + \left(\frac{K_{ro}}{K_{rw}} \right) \left(\frac{0.83}{1.51} \right)}$$

$$f_w = \frac{1 - 0.0316 \cdot K_{ro}}{1 + 0.5497 \left(\frac{K_{ro}}{K_{rw}} \right)}$$

Sw	Kro	Krw	(Kro/Krw)	Fw
0.79	0.00	0.63	0.000	1.000
0.75	0.02	0.54	0.037	0.980
0.65	0.09	0.37	0.243	0.880
0.55	0.23	0.23	1.000	0.641
0.45	0.44	0.13	3.385	0.345
0.35	0.73	0.06	12.167	0.127
0.25	0.94	0.02	47.000	0.036
0.16	0.98	0.00	-----	0.000

DESPLAZAMIENTO A TASA DE INYECCIÓN CONSTANTE

(.) Petróleo desplazado

Mientras el agua no llegue al final del sistema, el petróleo será producido a la misma tasa a la que el agua es inyectada, ya que el sistema es incompresible y se asume que el agua intersticial es inmóvil.

Cuando ocurre la irrupción del frente, existe un gradiente de saturación de agua desde el ingreso hasta el final del sistema. El volumen de agua en el sistema entre $x=x_1$ y $x=x_2$ puede ser obtenido de la integración de la ec. siguiente :

$$V_w = S_w A \phi dx \quad (1)$$

El volumen de petróleo desplazado de esta región es:

$$V_o = V_w - A \phi (x_2 - x_1) S_{wi} \quad (2)$$

se desarrollará la solución correspondiente:

Si consideramos S_w como la saturación de agua promedio (volumétrica), para la región $x_1 < x < x_2$, tendremos:

$$S_w = \frac{S_w A \phi dx}{A \phi dx} \quad (3)$$

para valores constantes de ϕ y A , la ec. (3) se reduce a:

$$S_w = \frac{S_w dx}{x_2 - x_1} \quad (4)$$

además se puede hacer :

$$d(x S_w) = S_w dx + x dS_w \quad (5)$$

reemplazando en la ec. (4)

$$S_w = \frac{d(x S_w) - x dS_w}{x_2 - x_1} \quad (6)$$

$$S_w = \frac{1}{x_2 - x_1} d(x S_w) - \frac{1}{x_2 - x_1} x dS_w \quad (7)$$

$$S_w = \frac{x_2 S_{w2} - x_1 S_{w1}}{x_2 - x_1} - \frac{1}{x_2 - x_1} x dS_w \quad (8)$$

ahora evaluando la integral de ec. anterior y usando:

$$X_{S_w} = \frac{q t}{\phi A} - \frac{f_w}{S_w}$$

tendremos :

$$x dS_w = \frac{q t}{\phi A} - \frac{f_w}{S_w} dS_w \quad (9)$$

$$x dS_w = \frac{q t}{\phi A} - \frac{f_w}{S_w} dS_w \quad (10)$$

$$x dS_w = \frac{q t}{\phi A} df_w \quad (11)$$

por lo tanto:

$$x dS_w = \frac{q t}{\phi A} (f_{w2} - f_{w1}) \quad (12)$$

finalmente, la saturación promedio de agua para el intervalo $x_1 < x < x_2$ es dado por

$$S_w = \frac{x_2 S_{w2} - x_1 S_{w1}}{x_2 - x_1} - \frac{q t}{\phi A} \frac{(f_{w2} - f_{w1})}{(x_2 - x_1)} \quad (13)$$

Si consideramos todo el sistema ($x_1 = 0$ y $x_2 = L$), entonces la saturación promedio del núcleo será:

$$S_w = S_{w2} - \frac{q t}{\phi A L} (f_{w2} - f_{w1}) \quad (14)$$

Si además consideramos que a $x = 0$, $f_{w1} = 1.0$, tendremos:

$$S_w = S_{w2} + \frac{q t}{A \phi L} (1 - f_{w2}) \quad (15)$$

Si definimos a W_i como el volumen total de agua inyectada ($q t$) y Q_i como los volúmenes porosos de agua inyectada, tendremos:

$$Q_i = W_i / A \phi L \quad (16)$$

y para inyección constante:

$$Q = q t / A \phi L \quad (17)$$

entonces, la ec. (15) se convierte:

$$S_w = S_{w2} + Q_i (1 - f_{w2}) \quad (18)$$

debido a que la saturación de hidrocarburo desplazado es $S_w - S_{wi}$, entonces, el petróleo acumulado desplazado, N_p , será:

$$N_p = V_p (S_w - S_{wi}) \quad (19)$$

donde el FVF fue asumido igual a 1.0.

Si consideramos que al final del sistema ($x = L$) la saturación de agua es S_{w2} una vez que el frente llegó, entonces tendremos:

$$X_{Sw2} = L = \frac{q t}{\phi A} \frac{f_w}{S_w}$$

$$Q1 = \frac{1}{\frac{f_w}{S_w}} \quad (20)$$

y si consideramos la ec. (18) tendremos:

$$S_w = S_{w2} + \frac{(1 - f_{w2})}{f'_{Sw2}} \quad (21)$$

donde :

$$f'_{Sw2} = \frac{f_w}{S_w} \quad (22)$$

En el gráfico anterior, se muestra una tangente a la curva de flujo fraccional a una saturación $S_{w2} > S_{wf}$. La tangente intercepta a $f_w = 1.0$ en S_e . Entonces la pendiente del gráfico es:

$$\frac{f_w}{S_w} = \frac{-1 - f_w}{S_e - S_{w2}} \quad (23)$$

si acomodamos la ec.(21) tendremos:

$$\frac{f_w}{S_w} = \frac{1 - f_{w2}}{S_w - S_{w2}} \quad (24)$$

La comparación de las ecuaciones (23) y (24) muestran que $S_e = S_w$ y la saturación promedio después de la irrupción del frente puede obtenerse de la intersección de la tangente a la curva con $f_w = 1.0$.

(.) **Tasa de producción**

Se tiene:

$$q_{w2} = \frac{f_{w2} q}{B_w} \quad (25)$$

$$q_{o2} = \frac{f_{o2} q}{B_o} \quad (26)$$

$$\text{ó } q_{o2} = \frac{(1 - f_{w2}) q}{B_o} \quad (27)$$

(.) **WOR**

Es una medida de la eficiencia del desplazamiento. En operaciones de producción representa el volumen de agua que debe manipularse para producir una unidad de volumen de petróleo. Se define el WOR para un sistema lineal :

$$\text{WOR} = \frac{f_{w2} B_o}{f_{o2} B_w} \quad (28)$$

(.) **Tiempo requerido para desplazamiento**

Debido a que la tasa de inyección no varía con el tiempo, el valor del tiempo correspondiente a la inyección de Q_i volúmenes porosos es obtenido de:

$$t = \frac{Q_i}{q / A \phi L} \quad (29)$$

EJEMPLO

En un reservorio tal como se muestra en la Figura, se tienen las siguientes propiedades de roca y fluido:

$\phi = 0.18$
 $S_{wc} = 0.20$
 $S_{or} = 0.20$
 $\mu_o = 5 \text{ cp.}$
 $\mu_w = 0.5 \text{ cp}$
 $q_{wi} = 1,000 \text{ BWPD}$
 $B_o = 1.3 \text{ bl/STB}$
 $B_w = 1.0 \text{ bl/STB}$

Sw	Krw	Kro _
0.20	0.000	0.800
0.25	0.002	0.610
0.30	0.009	0.470
0.35	0.020	0.370
0.40	0.033	0.285
0.45	0.051	0.220
0.50	0.075	0.163
0.55	0.100	0.120
0.60	0.132	0.081
0.65	0.170	0.050
0.70	0.208	0.027
0.75	0.251	0.010
0.80	0.300	0.000

Asuma condiciones de flujo difuso y que la inyección inicia simultáneamente con la producción:

- 1.- Calcule el flujo fraccional en el reservorio y en superficie, la saturación promedio de agua detrás del frente y el petróleo recuperado hasta el momento de la ruptura del frente.

- 2.- Determinar el tiempo al cual ocurre la ruptura del frente.
- 3.- Efectúe el pronóstico de inyección y producción después de la ruptura del frente.
- 4.- Estime el factor de recuperación, cuando se tenga un flujo fraccional en el reservorio de 0.925.

Solución

- 1.- Para flujo horizontal, el flujo fraccional en el reservorio es:

Sw	fw
0.20	0
0.25	0.032
0.30	0.161
0.35	0.351
0.40	0.537
0.45	0.699
0.50	0.821
0.55	0.893
0.60	0.942
0.65	0.971
0.70	0.987
0.75	0.996
0.80	1.000

En el momento de la ruptura del frente tenemos:

- Flujo fraccional en el reservorio: 0.70 (a $S_w = 0.45$).
- Flujo fraccional en superficie: 0.75
- Saturación promedio detrás del frente: 0.55
- Petróleo recuperado:

El cambio de saturación será:

$$N_{pd} = S_w - S_{wc} = 0.55 - 0.20 = 0.35$$

El cambio de saturación representa también al petróleo desplazado,

En términos de petróleo significa:

$$N_{pd} = \frac{A \cdot h \cdot L \cdot \phi \cdot S_o}{5.615} = \frac{625 \times 40 \times 2,000 \times 0.18 \times 0.35}{5.615} = 560,997 \cdot Bls$$

- 2.- Como los fluidos son incompresibles y la tasa de inyección es constante, se tiene:

$$W_i = N_{pd} \quad \text{agua inyectada} = \text{petróleo producido}$$

$$W_i = q_{wi} t$$

$$t = W_i / q_{wi} = 560,997.3 \text{ bl} / 1000 \text{ bpd} \cdot 365 = 1.54 \text{ años}$$

(la ruptura del frente ocurrirá a 1.54 años)

- 3.- El pronóstico se tiene en la siguiente tabla:

Sw	fw	ΔSw	Δfw	Δfw/ΔSw	Swavg	Wi=1/(5)	Np	t
0.45	0.699							
		0.05	0.122	2.440	0.475	0.410	0.371	1.80
0.50	0.821							
		0.05	0.072	1.440	0.525	0.694	0.415	3.05
0.55	0.893							
		0.05	0.049	0.980	0.575	1.020	0.452	4.48
0.60	0.942							
		0.05	0.029	0.580	0.625	1.724	0.491	7.57
0.65	0.971							
		0.05	0.016	0.320	0.675	3.125	0.531	13.72
0.70	0.987							
		0.05	0.009	0.180	0.725	5.556	0.564	24.39
0.75	0.996							
		0.05	0.004	0.080	0.775	12.500		
0.80	0.100							

- 5.- Los valores han sido calculados en vez de determinados gráficamente como se sugiere en los textos:
- 6.- Los valores de S_w son los puntos medios.
- 7.- Los valores W_i han sido calculados por:

$$W_i = 1 / (dfw/dsw)$$

debido a:

$$x = (W_i / A\phi) (dfw/dsw) \quad W_i = (xA\phi) / (dfw/dsw)$$

- 8.- La recuperación de petróleo después de la irrupción del frente se puede calcular usando:
- $$N_{pd} = (S_w - S_{wc}) + (1 - f_w) W_i$$

donde f_w ha sido obtenido del gráfico (f_w vs S_w) para cada valor correspondiente a S_w .

- 9.- $t = W_i / q_i$

La máxima recuperación, es $(1 - S_{wc} - S_{or}) = 0.6$ PV.

- 4.- El factor de recuperación cuando se tenga un flujo fraccional en el reservorio de 0.925, será de 0.452 o 45.2%.

EJEMPLO

Se piensa inyectar agua en un reservorio de 300 pies de ancho, 20 pies de espesor y 1,000 pies de longitud. El reservorio es horizontal y tiene una porosidad de 0.15 y una saturación de agua inicial de 0.363, la cual es considerada inmóvil. Se propone perforar una fila de pozos inyectores en un extremo del reservorio e inundar con agua a una tasa de 338 BPD. La viscosidad del petróleo y el agua es de 2.0 y 1.0 cp. respectivamente. Los datos de permeabilidad relativa corresponden a desplazamiento de petróleo por agua y pueden ser representados por las ecuaciones siguientes:

$$K_{ro} = (1 - S_w^*)^{2.56}$$

$$K_{rw} = 0.78 S_w^{*3.72}$$

donde

$$S_w^* = \frac{(S_w - S_{wi})}{(1 - S_{or} - S_{wi})}$$

La saturación residual de petróleo es 0.205 y los FVFs del petróleo y el agua son iguales a 1.0.

Estimar la tasa de desplazamiento y el desplazamiento acumulado de petróleo como una función del tiempo de inyección.

Solución

Usando la ecuación:

$$F_w = \frac{1}{1 + \frac{K_{ro} U_w}{K_{rw} U_o}}$$

Se obtiene la siguiente tabla:

Sw	Krw	Kro	Fw
0.363	0.000	1.000	0.000
0.380	0.000	0.902	0.000
0.400	0.000	0.795	0.000
0.420	0.000	0.696	0.001
0.440	0.001	0.605	0.004
0.460	0.003	0.522	0.011
0.480	0.006	0.445	0.026
0.500	0.011	0.377	0.055
0.520	0.018	0.315	0.103
0.540	0.028	0.260	0.179
0.560	0.042	0.210	0.285
0.580	0.060	0.168	0.418
0.600	0.084	0.131	0.562
0.620	0.113	0.099	0.696
0.640	0.149	0.073	0.805
0.660	0.194	0.051	0.884
0.680	0.247	0.034	0.936
0.700	0.310	0.021	0.968
0.720	0.384	0.011	0.985
0.740	0.470	0.005	0.995
0.760	0.570	0.002	0.999
0.795	0.780	0.000	1.000

Si se efectúa un gráfico de Fw versus Sw (curva de flujo fraccional) y se traza una tangente desde $S_{wi} = 0.363$, esta intercepta a la curva de flujo fraccional a $S_w = 0.665$. Es decir la zona estabilizada incluye todas las saturaciones de agua desde $S_w = 0.363$ a 0.65 . Algunas veces es dificultoso determinar el punto exacto donde la tangente a la curva de flujo fraccional intercepta la curva. Esto ocurre cuando la curva de flujo fraccional no cambia rápidamente con la saturación.

La recuperación de petróleo (fracción de PV) a la ruptura del frente se obtiene de:

$$Q_{bt} = (S_{wfp} - S_{wi})$$

En este caso la saturación promedio de agua del reservorio la ruptura del frente es de 0.70.

$$Q_{bt} = 0.337$$

La recuperación de petróleo a la ruptura del frente se obtiene de:

$$N_p = V_p (S_{wfp} - S_{wi})$$

donde :

$$V_p = A \phi L = (300 \text{ pies}) (20 \text{ pies}) (1,000 \text{ pies}) (0.15) / 5.615$$

$$V_p = 160,285 \text{ bbl.}$$

$$N_p = 160,285 (0.70 - 0.363) = 54,016 \text{ bbl.}$$

El tiempo para alcanzar la ruptura del frente se obtiene de:

$$t = (Q_{bt} V_p) / q_t$$

$$t = 474.2 Q = 474 \times 0.337$$

$$t = 159.8 \text{ días.}$$

El WOR se obtiene de:

$$WOR = f_w / (1 - f_w) = 0.899 / (1 - 0.899) = 8.9$$

<u>Sw</u>	<u>Swp</u>	<u>Fw</u>	<u>Qbt</u>	<u>Tiempo</u>	<u>Np</u>	<u>q</u>	<u>WOR</u>
	<u>(fracción)</u>		<u>(frac. PV)</u>	<u>(dias)</u>	<u>(STB)</u>	<u>(B/D)</u>	<u>(BI/STB)</u>
0.363	-----	0.000	0.173	82.0	27,729	338.0	0.0
0.665	0.700	0.899	0.337	159.8	54,016	34.1	8.9
0.670	0.703	0.913	0.379	179.7	54,497	29.4	10.5
0.680	0.713	0.936	0.516	244.7	56,100	21.6	14.0
0.690	0.721	0.953	0.660	313.0	57,392	15.9	20.3
0.700	0.730	0.968	0.938	444.8	58,825	10.8	30.3
0.710	0.736	0.977	1.130	535.9	59,786	7.8	42.5
0.720	0.741	0.984	1.313	622.6	60,972	5.4	61.5
0.730	0.750	0.990	2.000	948.4	62,030	3.4	99.0
0.740	0.758	0.995	3.600	1,707.0	63,312	1.7	199.0
0.750	0.766	0.997	5.333	2,529.0	64,595	1.0	322.3

EJEMPLO

Se desea desarrollar un experimento de inyección de agua en el laboratorio. Ud. ha sido designado como responsable del desarrollo del experimento de desplazamiento lineal. Los datos de este experimento serán usados para calcular las permeabilidades relativas.

Su tarea es seleccionar una bomba y un transductor de presión de la tabla que se muestra mas abajo y que reúna las condiciones siguientes:

- (a) Un WOR instantáneo de 100 debe ser alcanzado en no mas de 2 horas.
- (b) El transductor de presión el mínimo rango posible para obtener una alta precisión.

Los datos representativos del material del núcleo son:

L = 0.984 pies
d = 0.164 pies.
 $\phi = 0.2$
Ko = 0.15 darcys, a Swi
Soi = 0.75
Sor = 0.25

$U_o = 2.5 \text{ cp.}$

$U_w = 1.0 \text{ cp.}$

El núcleo esta saturado con petróleo y agua al inicio del desplazamiento. La saturación de agua inicial es de 0.25. Las curvas de permeabilidades relativas son representadas por:

$$K_{ro} = (1 - S_w^*)^2$$

$$K_{rw} = 0.15 S_w^{*3}$$

donde

$$S_w^* = \frac{(S_w - S_{wi})}{(1 - S_{or} - S_{wi})}$$

Número Bomba	Tasa (mL/hr)	Número Transducidor	Rango Presión (KPa)
P-A	6	T-1	0 a 7.0
P-B	12	T-2	0 a 14.0
P-C	24	T-3	0 a 34.0
P-D	48	T-4	0 a 68.0
P-E	96	T-5	0 a 170.0
P-F	120	T-6	0 a 340.0
P-G	200	T-7	0 a 700.0
P-H	300	T-8	0 a 1,700.0
P-I	400	T-9	0 a 3,400.0
P-J	500	----	-----

DESPLAZAMIENTO BAJO CONDICIONES DE FLUJO SEGREGADO

En la parte inundada del reservorio, sólo agua está fluyendo, en la presencia de petróleo residual, con permeabilidad efectiva:

$$K_w = K \cdot K'_{rw}$$

donde K'_{rw} es "**end point relative permeability to water**".

Similarmente, en la zona no inundada, está fluyendo petróleo en la presencia de agua connata con permeabilidad efectiva:

$$K_o = K \cdot K'_{ro}$$

donde K'_{ro} "**end point relative permeability to oil**".

Por lo tanto, a cualquier punto de la interfase entre los fluidos, las presiones en el petróleo y el agua son iguales. Esto significa que existe una interfase distinta sin zona de presión capilar.

El flujo segregado asume que el desplazamiento es gobernado por equilibrio vertical. En este sentido, ya que no hay zona de transición capilar, las fuerzas de gravedad son las únicas responsables para la distribución instantánea de los fluidos en la dirección normal al buzamiento.

En un reservorio con buzamiento se distinguen: desplazamiento estable y desplazamiento inestable.

Desplazamiento estable

La condición para desplazamiento estable es que el ángulo entre la interfase de los fluidos y la dirección del flujo debe permanecer constante durante el desplazamiento.

$$\frac{dy}{dx} = -\tan\beta = \text{constante}$$

El ángulo β es constante y se satisface a tasas de inyección relativamente bajas cuando las fuerzas de gravedad amparándose en la diferencia de densidad de los fluidos, actúan para mantener la interfase horizontal.

Desplazamiento Inestable

Cuando se inyecta a altas tasas, las fuerzas viscosas, prevalecerán sobre el componente de fuerzas gravitacionales que actúan en la dirección de buzamiento abajo, resultando en un desplazamiento inestable.

Debido a la diferencia de densidad, el agua rodeará al petróleo en la forma de una lengua de agua, lo que conlleva a una irrupción prematura de agua.

El desplazamiento ocurre por la siguiente condición:

$$\frac{dy}{dx} = -\tan\beta = 0$$

Deducción matemática

Si el desplazamiento incompresible es estable, entonces, en todos los puntos de la interfase, el petróleo y el agua deben tener la misma velocidad.

Aplicando la Ley de Darcy a cualquier punto en la interfase para desplazamiento en la dirección x:

$$v_o = v_t = - \frac{K K'_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial P_o}{\partial x} + \frac{\rho_o g \text{ Sen } \theta}{1.0133 \times 10^6} \right)$$

y

$$v_w = v_t = - \frac{K K'_{rw}}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} + \frac{\rho_w g \text{ Sen } \theta}{1.0133 \times 10^6} \right)$$

restando las ecuaciones anteriores tenemos:

$$v_t \left(\frac{\mu_o}{K K'_{ro}} - \frac{\mu_w}{K K'_{rw}} \right) = - \frac{\partial}{\partial x} (P_o - P_w) + \frac{\Delta \rho g \text{ Sen } \theta}{1.0133 \times 10^6} \quad (1)$$

donde $\Delta \rho = \rho_w - \rho_o$. Aplicando la ecuación de presión capilar.

$$dP_c = d(P_o - P_w) = \frac{\Delta \rho g \text{ Cos } \theta}{1.0133 \times 10^6} dy$$

y para desplazamiento estable (dy/dx es negativa)

$$\frac{dP_c}{dx} = - \frac{\Delta \rho g \text{ Cos } \theta}{1.0133 \times 10^6} \frac{dy}{dx}$$

que cuando se sustituye en (1) se obtiene:

$$v_t \left(\frac{\mu_o}{K K'_{ro}} - \frac{\mu_w}{K K'_{rw}} \right) = \frac{\Delta \rho g}{1.0133 \times 10^6} \left(\text{Cos } \theta \frac{dy}{dx} + \text{Sen } \theta \right)$$

expresando en términos de q_t ($v = q/A$)

$$\left(\frac{K'_{rw}}{\mu_w} - 1 \right) = \frac{K K'_{rw} A \Delta \rho g \text{ Sen } \theta}{1.0133 \times 10^6 \mu_w q_t} \left(\frac{dy}{dx} \frac{1}{\text{tg } \theta} + 1 \right)$$

haciendo

$$M = \frac{\frac{K'_{rw}}{\mu_w}}{\frac{K'_{ro}}{\mu_o}} \text{ es "the end point mobility ratio"}$$

$$G = \frac{K K'_{rw} A \Delta\rho g \text{ Sen } \theta}{1.0133 \times 10^6 q_t \mu_w} \text{ es número adimensional de gravedad} \quad (2)$$

tenemos la ecuación:

$$M - 1 = G \left(\frac{dy}{dx} \frac{1}{\text{tang } \theta} + 1 \right) \quad (3)$$

resolviendo para dar la pendiente de la interfase para flujo estable:

$$\frac{dy}{dx} = - \text{tang } \beta = \frac{(M-1-G)}{G} \text{ tang } \theta \quad (4)$$

En esta ecuación, M es una constante y G es una constante positiva cuando se desplaza petróleo por agua a una tasa fija en dirección buzamiento arriba.

Por lo tanto, la inclinación de la interfase dy/dx , asume un valor fijo.

Para desplazamiento estable, dy/dx debe ser una constante negativa y esto impone la condición para estabilidad que:

$$G > M-1 \quad (\text{estable})$$

El caso limitante es cuando $dy/dx = 0$, el agua rodeará al petróleo en la forma de una lengua de agua, esto ocurrirá cuando:

$$G = M-1 \quad (\text{inestable})$$

que cuando la ec. (2) puede ser resuelta para determinar la denominada "**tasa crítica**" para "**by-passing**", que en unidades de campo:

$$q_{crit} = \frac{4.9 \cdot 10^{-4} K K'_{rw} A \Delta\gamma \text{ Sen } \theta}{\mu_w (M - 1)} \quad (5)$$

El desplazamiento será estabilizado si la tasa de inyección es mantenida debajo de q_{crit}

La magnitud de la relación de movilidad influye en el desplazamiento, tal como se detalla:

M > 1 El desplazamiento es estable si $G > M-1$ y $\beta < \theta$ e inestable si $G < M-1$.

M = 1 Es una relación favorable para el cual no existe tendencia para "by pass". Para $M=1$ el desplazamiento es incondicionalmente estable. Por lo tanto $\beta = \theta$ y la interfase se eleva horizontalmente en el reservorio.

M < 1 Esta relación conduce a un desplazamiento incondicionalmente estable, pero en este caso $\beta > \theta$.

El flujo segregado en el gráfico anterior es un problema bidimensional.

Para reducir la descripción matemática a una dimensión es necesario promediar la saturación (y la saturación depende de las permeabilidades relativas sobre el espesor del reservorio). El flujo puede ser descrito como que ocurre a lo largo de una línea en el centro del reservorio.

A cualquier punto X, sea "b" el espesor fraccional del agua (Graf. 27), así $b = y/h$. La saturación de agua promediada por espesor en el punto X, es:

$$\bar{S}_w = b (1 - S_{or}) + (1 - b) S_{wc}$$

que se resuelve para b

$$b = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{or} - S_{wc}} \quad (6)$$

y ya que S_{or} y S_{wc} son constantes, la ec. (6) indica que "b" es directamente proporcional a la saturación promedio.

La permeabilidad relativa al agua promediada por el espesor puede ser derivada en forma similar.

$$\bar{K}_{rw}(S_w) = b K_{rw}(S_w=1-S_{or}) + (1-b) K_{rw}(S_w=S_{wc})$$

y ya que $K_{rw}(S_w=S_{wc})$ es cero y $K_{rw}(S_w=1-S_{or}) = k'_{rw}$, se puede reducir a:

$$\bar{K}_{rw}(S_w) = b K'_{rw}$$

donde k'_{rw} es la "permeabilidad relativa al agua en el punto final" (**end point relative permeability to water**).

Para el petróleo, la permeabilidad relativa ponderada por el espesor es:

$$\bar{K}_{ro}(S_w) = b K_{ro}(S_w=1-S_{or}) + (1-b) K_{ro}(S_w=S_{wc})$$

$$\bar{K}_{ro}(S_w) = (1-b) K'_{ro}$$

donde k'_{ro} es "**the end point relative permeability to oil**" sustituyendo para "b" en estas expresiones, usando la ec. (6) se obtiene:

$$\bar{K}_{rw}(S_w) = \frac{(\bar{S}_w - S_{wc})}{1-S_{or}-S_{wc}} K'_{rw} \quad (7)$$

$$\bar{K}_{ro}(S_w) = \frac{(1-S_{or}-\bar{S}_w)}{1-S_{or}-S_{wc}} K'_{ro} \quad (8)$$

Estas ecuaciones indican que las permeabilidades relativas promediadas por el espesor, para flujo segregado, son simplemente funciones lineales de la saturación de agua promediada por el espesor, tal como se muestra en la figura:

Como se muestra en el Graf. 28, las líneas a rayas, son las curvas de permeabilidad relativa obtenidas de medidas en laboratorio. Ellas son medidas bajo condiciones de flujo difuso y representan permeabilidades relativas en el reservorio. Estas curvas pueden ser usadas sólo en cálculos de desplazamiento si la saturación de agua es la misma en todos los puntos a través del espesor. En este único caso, las permeabilidad relativas puntuales, son iguales a las permeabilidades relativas promediadas por el espesor.

En contraste, las funciones lineales mostradas en el Graf. 28, resulta del proceso requerido en el promedio por el espesor, para facilitar la descripción del flujo segregado bidimensional usando ecuaciones unidimensionales.

Por lo tanto, los cálculos de recuperación de petróleo, para flujo segregado ya sea estable o inestable, puede ser efectuado usando permeabilidades relativas lineales en conjunto con la teoría de desplazamiento de B-L.

Esto es debido a que la teoría fue basada simplemente en la conservación de la masa de agua, en una dimensión.

La ecuación de flujo fraccional puede ser graficada usando funciones de permeabilidad relativa lineal y la técnica gráfica de Welge. En este caso la curva de flujo fraccional no tiene punto de inflexión (Graf. 29) ya que no hay "**shock front**" para flujo segregado. Todos los puntos sobre la curva de flujo fraccional son usados en los cálculos de recuperación después de la ruptura del frente.

Las ecuaciones unidimensionales para el flujo separado de petróleo y agua, bajo condiciones de flujo segregado en un reservorio horizontal son :

$$q_o = - \frac{(1-b) K K'_{ro} A}{\mu_o} \frac{\partial P_o^\circ}{\partial x} \quad (9)$$

$$q_w = - \frac{(1-b) K K'_{rw} A}{\mu_w} \frac{\partial P_w^\circ}{\partial x} \quad (10)$$

A = area de sección transversal

P_o° y P_w° = presiones en las fases de petróleo y agua referidas a la línea central del reservorio.

$$P_o^\circ = P_o - \left(\frac{h}{2} - y \right) \frac{\rho_o g}{1.0133 \times 10^6} \quad \text{atm}$$

$$P_w^\circ = P_w - \left(\frac{h}{2} - y \right) \frac{\rho_w g}{1.0133 \times 10^6} \quad \text{atm}$$

donde "y" es el espesor actual del agua ($y = bh$). Ya que las presiones en la interfase, P_o y P_w son iguales para flujo segregado, entonces el gradiente de presión de fases, resultante de la diferenciación y sustracción de las ecuaciones anteriores es:

$$\frac{\partial P_o^\circ}{\partial x} - \frac{\partial P_w^\circ}{\partial x} = \frac{\Delta \rho g}{1.0133 \times 10^6} \frac{dy}{dx}$$

Para desplazamiento horizontal inestable se considera que el ángulo de inclinación de la interfase dy/dx , es pequeño, y por lo tanto el gradiente de la diferencia de presión en las fases puede ser despreciado. En este caso, usando las ecuaciones (9) y (10), se derivó la ec. de flujo fraccional.

$$f_w = \frac{\frac{\mu_o}{K'_{ro}} \frac{K'_{rw}}{\mu_w}}{\frac{1-b}{b} + \frac{\mu_o}{K'_{ro}} \frac{K'_{rw}}{\mu_w}}$$

que puede ser simplificado:

$$f_w = \frac{Mb}{1 + (M-1)b}$$

hasta el momento de la ruptura del frente, la recuperación de petróleo es igual al agua inyectada acumulada. Después de la ruptura del frente, si consideramos "be" como el espesor fraccional del agua cerca al pozo productor, así para un pozo con penetración total, el flujo fraccional de agua hacia el pozo es:

$$f_{we} = \frac{Mbe}{1+(m+1)be} \quad (11)$$

aplicando $W_i = \frac{1}{\frac{dfw}{dsw}}$ en el pozo productor, tendremos:

$$\frac{1}{W_{iD}} = \frac{dfwe}{dSwc}$$

y usando

$$b = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{or} - S_{wc}} \quad \text{para la saturación de agua ponderada}$$

por el espesor, \bar{S}_{we} .

$$\frac{1}{W_{iD}} = \frac{df_{we}}{dS_{we}} = \frac{df_{we}}{db_e} \cdot \frac{db_e}{dS_{we}} = \frac{df_{we}}{db_e} \cdot \frac{1}{(1 - S_{or} - S_{wc})}$$

y por lo tanto:

$$\frac{df_{we}}{db_e} = \frac{1 - S_{or} - S_{wc}}{W_{iD}} = \frac{1}{W_{iD}}$$

W_{iD} = inyección acumulada de agua expresada en volúmenes de petróleo movable (**movable oil volumes = MOV**).

$$1 \text{ MOV} = PV (1 - S_{wc} - S_{or})$$

Diferenciando la ec. (11) con respecto a "be", dará:

$$\frac{df_{we}}{db_e} = \frac{1}{W_{iD}} = \frac{M}{[1 + (M-1)b_e]^2}$$

de la cual se obtiene :

$$b_e = \frac{1}{M-1} (W_{iD} M - 1) \quad (12)$$

y sustituyendo para b_e en la ec. (11) dá:

$$f_{we} = \frac{M}{M-1} \left(1 - \frac{1}{W_{iD} M} \right) \quad (13)$$

La ec. de recuperación de petróleo ($N_{pd} = (S_w - S_{wc}) + (1 - f_w)W_{iD}$) puede ser expresada en MOV's como:

$$N_{pd} = \frac{S_{we} - S_{wc}}{1 - S_{or} - S_{wc}} + (1 - f_{we}) W_{iD}$$

ó

$$N_{pd} = b_e + (1 - f_{we}) W_{iD}$$

y sustituyendo en esta ecuación para "be" y "fwe", usando ec (12) y (13) resulta en la fórmula de recuperación.

$$N_{pd} = \frac{1}{M - 1} (2 W_{iD} M - W_{iD} - 1) \quad (14)$$

en la cual todos los volúmenes están expresados en MOV's. Se recuerda que la ec. (14) es sólo aplicable para desplazamiento horizontal bajo condiciones de flujo segregado inestable ($M > 1$).

Al momento de la ruptura del frente $N_{pd} = W_{iD}$ y resolviendo la ec. (14) para esta condición, se obtiene:

$$N_{pDbt} = \frac{1}{M} \quad (15)$$

que muestra que para el caso limitante de $M = 1$, ocurre desplazamiento tipo pistón estable, para el cual $N_{pDbt} = 1$. Similarmente, cuando se ha recuperado la cantidad total de petróleo, $N_{pD} = 1$ (MOV), y sustituyendo esta condición en la ec. (14) se obtiene:

$$W_{iDmax} = M \quad (16)$$

Las ecuaciones (15) y (16) claramente demuestran el significado de la relación de movilidad para caracterizar la recuperación de petróleo bajo condiciones de flujo segregado.

Para el caso más general de desplazamiento inestable en un reservorio con buzamiento ($G < M - 1$), la ecuación de flujo fraccional equivalente a la ec. (11) es:

$$f_{we} = \frac{M b_e - b_e (1 - b_e) G}{1 + (M - 1) b_e}$$

y repitiendo los pasos, la ec. (14) se convierte en un caso más completo :

$$N_{pd} = \frac{1}{M-1} - \frac{W_{iD}}{M-1} - \frac{G}{M-1} - \frac{W_{iD} G}{M-1} - W_{iD} \left[1 - \frac{(M+1)}{(M-1)} G - 1 \right] \quad (17)$$

donde si $G = 0$ (reservorio horizontal) se reduce a la forma de la ec. (17). La ec. (17) se resuelve rápidamente para la condición ($N_{pd} = W_{iD}$) para dar:

$$N_{pDbt} = \frac{1}{M-G} \quad (18)$$

mientras para la máxima recuperación ($N_{pD} = 1$)

$$W_{iDmax} = \frac{M}{G+1} \quad (19)$$

EJEMPLO

Sobre la base de la información siguiente:

Distancia entre los pozos de inyección y de producción	1,000 ft
Ancho promedio del reservorio (entre productores e inyectores)	200 ft
Altura promedio del reservorio (entre productores e inyectores)	35 ft
Angulo de buzamiento de la formación	25°
Porosidad	0.15
Permeabilidad promedio	500 md
Saturación de agua connata	0.35
Saturación residual de petróleo	0.35
End point de la permeabilidad relativa al petróleo	1.00
End point de la permeabilidad relativa al agua	0.50
Viscosidad del petróleo a T y P del reservorio	4.5 cp
Viscosidad del agua, a T y P del reservorio	0.75 cp
Densidad del petróleo	0.60 gr/cc
Densidad del agua	1.00 gr/cc
FVF del petróleo a condiciones actuales	1.2
FVF del agua	1.0

- (a) Calcular el ratio de movilidad para la inyección de agua.
 (b) Calcular la tasa crítica de inyección de agua para un desplazamiento estable (gravedad).
 (c) Cual es el valor del número de gravedad (gravity number) si la tasa de inyección que usa el proyecto es igual a tres veces la tasa crítica?
 (d) Asumiendo que la teoría de flujo segregado es aplicable, que fracción del petróleo movable (MOV) será recuperado hasta el instante del water breakthrough con la tasa de inyección mencionada?
 (e) Cuanto tiempo de inyección de agua es necesario para una completa inundación?

Solución

(a)

$$M = \frac{\frac{K_{rw}^*}{\mu_w}}{\frac{K_{ro}^*}{\mu_o}} = \frac{K_{rw}^* \cdot \mu_o}{K_{ro}^* \cdot \mu_w} = \frac{0.50 \times 4.5}{1.0 \times 0.75} = 3.0$$

(b)

$$q_{crit} = \frac{4.9 \times 10^{-4} \cdot K \cdot K_{rw}^* \cdot A \cdot \Delta\gamma \cdot \text{Sen}\theta}{\mu_w (M - 1)}$$

$$q_{crit} = \frac{4.9 \times 10^{-4} \cdot (500)(0.5)(7,000)(0.4) \cdot \text{Sen}(25^\circ)}{0.75(3.0 - 1.0)} = 96.6 \cdot \text{Bl} / d$$

(c)

Tres veces la tasa crítica = $96.6 \text{ Bl/d} \times 3 = 289.8 \text{ Bl/d}$

$$G = 4.9 \times 10^{-4} \left[\frac{K \cdot K_{rw}^* \cdot A \cdot \Delta\gamma \cdot \text{Sen}\theta}{q_i \cdot \mu_w} \right]$$

$$G = 4.9 \times 10^{-4} \left[\frac{(500)(0.5)(7,000)(0.4)\text{Sen}(25^\circ)}{289.8(0.75)} \right] = 0.667$$

(d)

Para reservorios con buzamiento, la recuperación al breakthrough esta dada por:

$$N_p = \frac{1}{M - G} = \frac{1}{3.0 - 0.667} = 0.429$$

El petróleo movable = $H \cdot W \cdot L \cdot \phi \cdot (1 - S_{wi} - S_{or})$
 $= (1000)(200)(35)(0.15)(1 - 0.30 - 0.35) = 367,500$ Bls.

Volumen de petróleo producido a condiciones de reservorio hasta el breakthrough es: $(367,500)(0.429) = 157,660$ Bls

Volumen de petróleo producido a condiciones de superficie, hasta el breakthrough es: $157,660 / (1.2) = 131,400$ Bls.

(e)

A la inundación:

$$W_i = \frac{M}{G + 1} = \frac{3}{(0.667 + 1)} = 1.80$$

Volumen de agua inyectada = $1.8 \times \text{MOV} = 1.8 \times 367,500$ Bls = $661,500$ Bls

Dias de inyección = $661,500$ Bls / $289.8 = 2289$ días

EJEMPLO

Usando los mismos datos para el problema de flujo difuso, resuelva las preguntas siguientes:

Información adicional:

$$K = 2.0 \text{ Darcys}$$

$$\gamma_w = 1.04 \text{ (gravedad específica en el reservorio)}$$

$$\gamma_o = 0.81 \text{ (gravedad específica en el reservorio)}$$

- 1.- Calcular la relación de movilidad para puntos extremos (end point).
- 2.- El volumen de agua inyectada o petróleo recuperado a la ruptura del frente. Asimismo la máxima recuperación de petróleo. Expresarlo en MOV's y PV's.
- 3.- Pronostique la recuperación de petróleo y el agua inyectada, desde la ruptura del frente hasta la máxima recuperación.
- 4.- Estime la tasa crítica para "by-passing", la recuperación a la ruptura del frente y el pronóstico de la recuperación de petróleo y agua inyectada, si el mismo reservorio tiene un ángulo de buzamiento de 25°.

SOLUCION

1.-

$$M = \frac{\frac{K'_{rw}}{\mu_w} \cdot 0.3 / 0.5}{\frac{K'_{ro}}{\mu_o} \cdot 0.8 / 5.0} = 3.75$$

2.- A la ruptura del frente:

$$W_{iDbt} = N_{pDbt} = 1 / M = 0.267 \text{ (MDV)} = 0.160 \text{ (PV)}$$

ya que 1 MOV = PV (1-Sor-Swc) = PV (1-0.2-0.2) = 0.6 PV y la máxima recuperación es:

$$W_{iD} = M = 3.75 \text{ (MOV)} = 2.25 \text{ (PV)}$$

3.- La recuperación de petróleo como una función de W_{iD} puede ser calculada usando ec. (14) con W_{iD} como una variable independiente.

WiD (MOV)	NpD (MOV)	WiD (PV)	Npd (PV)	t=4.39 WiD(años) (t= WiD/qi)
0.267(bt)	0.267	0.160	0.160	0.702
0.300	0.299	0.180	0.179	0.790
0.500	0.450	0.300	0.270	1.317
1.000	0.681	0.600	0.409	2.634
1.500	0.816	0.900	0.489	3.951
2.000	0.901	1.200	0.540	5.268
3.000	0.985	1.800	0.591	7.902
3.750	1.000	2.250	0.600	9.878

4.-

$$q_{crit} = \frac{4.9 \cdot 10^{-4} K K' r_o A \Delta \gamma \text{ Sen } \theta}{\mu_w (M - 1)}$$

$$q_{crit} = \frac{4.0 \times 10^{-4} \times 2000 \times 0.3 \times 625 \times 40 \times (1.04 - 0.81) \text{ Sen } 25^\circ}{0.5 (3.75 - 1)}$$

$$= 520 \text{ Bls/d de agua (a cond. reservorio)}$$

Para inyección a esta tasa crítica:

$$G = M - 1 = 2.75$$

Comparando ec. 2 y 5 indica que:

$$q_{crit} (M - 1) = q_t G$$

y por lo tanto, a una tasa de inyección de $q_i = q_t = 1000 \text{ BPD}$

$$G = \frac{520}{1000} \cdot 2.75 = 1.430$$

sustituyendo este valor de G y el valor de M en la ec. (17), para desplazamiento inestable ($G < M - 1$), se reduce a:

$$Npd = 0.976 W_{iD} (1 - 0.52 W_{iD}) + 0.535 W_{iD} - 0.364 \quad (20)$$

Al tiempo de la ruptura del frente $Npd = W_{iD}$ y la ec. (18) puede ser aplicado para determinar la recuperación de la ruptura del frente:

$$N_{pD_{bt}} = \frac{1}{M-G} = \frac{1}{3.75-1.43} = 0.431(\text{MOV}) = 0.259 (\text{PV})$$

que cuando se inyecta a 1000 BPD, ocurrirá después de:

$$4.39 W_{iD_{bt}} = 1.137 \text{ años} \quad (21)$$

Similarmente la máxima agua inyectada acumulada para recuperar un volumen de petróleo movable puede ser determinado usando la ec. (19).

$$W_{iD_{max}} = \frac{M}{G+1} = \frac{3.75}{2.43} = 1.543 (\text{MOV}) = 0.926 (\text{PV})$$

Entre la ruptura del frente y la recuperación total la ec. 20 puede ser usada para calcular la recuperación de petróleo.

<u>WiD (MOV)</u>	<u>NpD (MOV)</u>	<u>WiD (PV)</u>	<u>Npd (PV)</u>	<u>t=4.39 WiD(años) (t= WiD/qi)</u>
0.431 (bt)	0.431	0.259	0.259	1.137
0.500	0.497	0.300	0.298	1.317
0.750	0.697	0.450	0.418	1.976
1.000	0.847	0.600	0.508	2.634
1.250	0.950	0.750	0.570	3.293
1.543	1.000	0.926	0.600	4.064

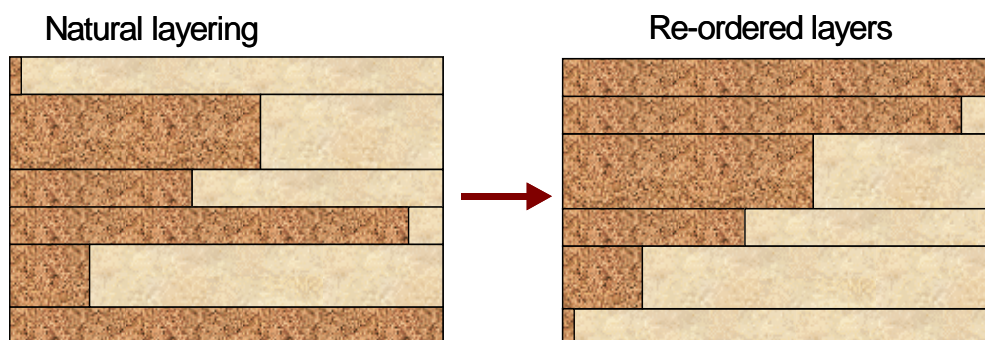
DESPLAZAMIENTO EN RESERVORIOS ESTRATIFICADOS MÉTODO STILES

Este método se aplica cuando la ratio de movilidad es cercana a la unidad. Stiles hace cálculos para reservorios estratificados usando las siguientes suposiciones básicas:

- (a) La formación esta compuesta de varias capas de espesor constante.
- (b) Las capas pueden tener diferente espesor y diferente permeabilidad absoluta.
- (c) Todas las capas tienen la misma porosidad, la misma permeabilidad relativa al petróleo y la misma permeabilidad relativa al agua.
- (d) No existe flujo vertical ni segregado dentro de una capa. No existe comunicación entre ellas (i.e. no existe flujo cruzado - cross flow)
- (e) El desplazamiento es tipo pistón lo cual significa que la longitud de la zona de transición es cero.
- (f) El sistema es lineal.
- (g) La distancia de avance del frente de inundación en cada capa es directamente proporcional a la permeabilidad absoluta de cada capa.
- (h) La producción fraccional de agua en los pozos depende de los milidarcy-pie que producen agua (producto de $K_i h_i$ de las capas en las cuales el agua ha hecho irrupción) y se ha comparado al total del Kh del sistema.
- (i) La producción de las capas cambia repentinamente de petróleo a agua.

La figura 19 muestra un reservorio estratificado con 6 capas. Por conveniencia se ha ordenado en una secuencia de capas con permeabilidad decreciente, tal como lo requiere el método de Stiles.

Figura 19-Reservorio estratificado arreglado para uso con Stiles.



La parte derecha de la figura 19 muestra la capa de mayor permeabilidad en el tope y la menor en el fondo.

Se numera las capas desde la mayor permeabilidad, la cual irrumpe primero, hasta la de menor permeabilidad.

Para n capas, las permeabilidades son: K_1 (mayor), K_2, \dots, K_n (menor).

Los espesores de las n capas son

$$\Delta h_1, \Delta h_2, \dots, \Delta h_n$$

el petróleo físicamente recuperable en STB es





$$N_{pt}(STB) = \frac{\phi WHL(1 - S_{wc} - S_{or})}{7758 B_o}$$

donde:

- W = ancho del reservorio-ft
- ϕ = porosidad
- H = espesor total del reservorio, ft
- L = longitud del reservorio, ft
- B_o = factor de volumen del reservorio

El siguiente ejemplo muestra el procedimiento de cálculo usando el método de Stiles para un reservorio de 7 capas de la figura 20.

Figura 20 –Permeabilidad y espesor para un reservorio de 07 capas.

Absolute k-md	Thickness-ft	
210	20	
190	12	
70	5	
50	7	
30	15	
10	30	
3	18	

Desarrollo matemático

Para el tiempo, t_j , cuando la capa j^{th} ha obtenido irrupción, todo el petróleo físicamente recuperable habría sido recuperado para la capa o las capas que tienen alta permeabilidad.

Ya que las velocidades del frente en cada capa es proporcional a la permeabilidad absoluta en cada capa, la recuperación fraccional al t_j en la capa $j+1$ será

$$\frac{K_{j+1}}{K_j}$$

En el ejemplo anterior, la recuperación fraccional en la capa 2, cuando la capa 1 ha irrumpido al (t_1) será

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{190}{210} = 0.905$$

Esto significa que ocurrirá la irrupción cuando el 90% de la capa 2 esta inundada.

Cuando ocurre irrupción en la capa "j", tendremos:

$$R = \frac{[\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \dots + \Delta h_j] + \left[\Delta h_k \cdot \frac{K_k}{K_j} + \Delta h_l \cdot \frac{K_l}{K_j} + \dots \right]}{\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \dots + \Delta h_n}$$

Donde:

$\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \dots + \Delta h_j =$ Espesor invadido,

$\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \dots + \Delta h_n =$ Espesor total.

El primer término del numerador indica a las capas que están siendo inundadas completamente, mientras la segunda parte indica las capas que han sido inundadas en solo una porción.

Factorizando K_j :

$$R = \frac{h_j + \frac{1}{K_j} \cdot [\Delta h_k * K_k + \Delta h_l * K_l + \dots + \Delta h_n * K_n]}{ht}$$

$$\Delta h_k * K_k + \Delta h_l * K_l + \dots + \Delta h_n * K_n = C_t - C_j$$

$$R = \frac{h_j \cdot K_j + [C_t - C_j]}{ht \cdot K_j}$$

La ecuación de flujo fraccional se convierte:

$$F_w = \frac{q_w}{q_o + q_w} = \frac{\frac{1.127 \cdot w \cdot \Delta P \cdot \Sigma K_w \cdot \Delta h_w}{\mu_w \cdot L}}{\frac{1.127 \cdot w \cdot \Delta P \cdot \Sigma K_w \cdot \Delta h_w}{\mu_w \cdot L} + \frac{1.127 \cdot w \cdot \Delta P \cdot \Sigma K_o \cdot \Delta h_o}{\mu_o \cdot L}}$$

$$F_w = \frac{\frac{\Sigma K_w \cdot \Delta h_w}{\mu_w}}{\frac{\Sigma K_w \cdot \Delta h_w}{\mu_w} + \frac{\Sigma K_o \cdot \Delta h_o}{\mu_o}}$$

y considerando:

$$A = \frac{\mu_o}{\mu_w} \cdot \frac{K_{rw}}{K_{ro}} \cdot \beta_o$$

$$M = \frac{\mu_o}{\mu_w} \cdot \frac{K_{rw}}{K_{ro}}$$

Para condiciones de superficie (Considerando "A"):

$$f_w = \frac{A \cdot \Sigma K \cdot \Delta h_w}{A \cdot \Sigma K \cdot \Delta h_w + \Sigma K \cdot \Delta h_o}$$

$$f_w = \frac{A \cdot C_j}{A \cdot C_j + (C_t - C_j)}$$

Para condiciones de subsuelo (Considerando "M"):

$$f_w = \frac{M \cdot C_j}{M \cdot C_j + (C_t - C_j)}$$

La tabla 2 resume los resultados para el ejemplo propuesto.

Tabla 2- Resultados de aplicación de método de Stiles.

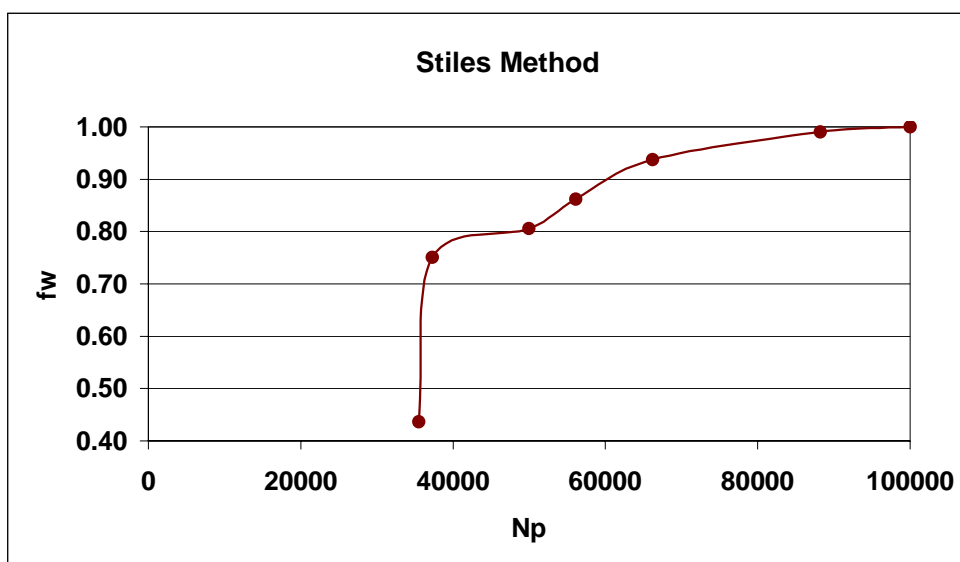
Exercise using Stiles method

$B_w = 1.02$ $k_{rw} = 0.35$
 $B_o = 1.37$ $k_{ro} = 0.93$
 $\mu_w = 0.6$ cp
 $\mu_o = 0.83$ cp
 Recoverable oil = 100,000 STB
 $A = 0.699249772$

Layer	absolute k-md	h	Σh	kh	Σkh	R at bt	Np-STB	fw
1	210	20	20	4200	4200	0.3553	35532	0.4370
2	190	12	32	2280	6480	0.3730	37304	0.7508
3	70	5	37	350	6830	0.4999	49987	0.8054
4	50	7	44	350	7180	0.5615	56150	0.8620
5	30	15	59	450	7630	0.6617	66168	0.9378
6	10	30	89	300	7930	0.8822	88224	0.9904
7	3	18	107	54	7984	1.0000	100000	1.0000

La figura 21 presenta el flujo fraccional versus la recuperación acumulada de petróleo usando el método de Stiles.

Figura 21.- Recuperación al breakthrough para todas las capas.



Note que la recuperación final de 80,000 STB a cortes de agua >90% puede ser no económica!

RESERVORIOS ESTRATIFICADOS MÉTODOS DE DYKSTRA-PARSONS Y JOHNSON

Los cálculos de Stiles no toman en cuenta la variación continua de la inyectividad de cada capa acorde con el avance del frente de agua. Sin embargo el método de Dykstra-Parsons soluciona este problema y es válido para una amplia variedad de ratios de movilidad. Esta se basa también en la teoría de desplazamiento tipo pistón.

Johnson's ha presentado un concepto gráfico que simplifica el concepto de Dykstra-Parsons para el caso con una distribución de permeabilidad log-normal o "gausiana", caracterizada por su varianza. Las figuras de la 22 a la 25 muestran las correlaciones obtenidas entre la variación vertical de la permeabilidad V , la saturación inicial de agua S_w , la ratio de movilidad y la fracción recuperable del OOIP (R), para diferentes ratios de (WOR).

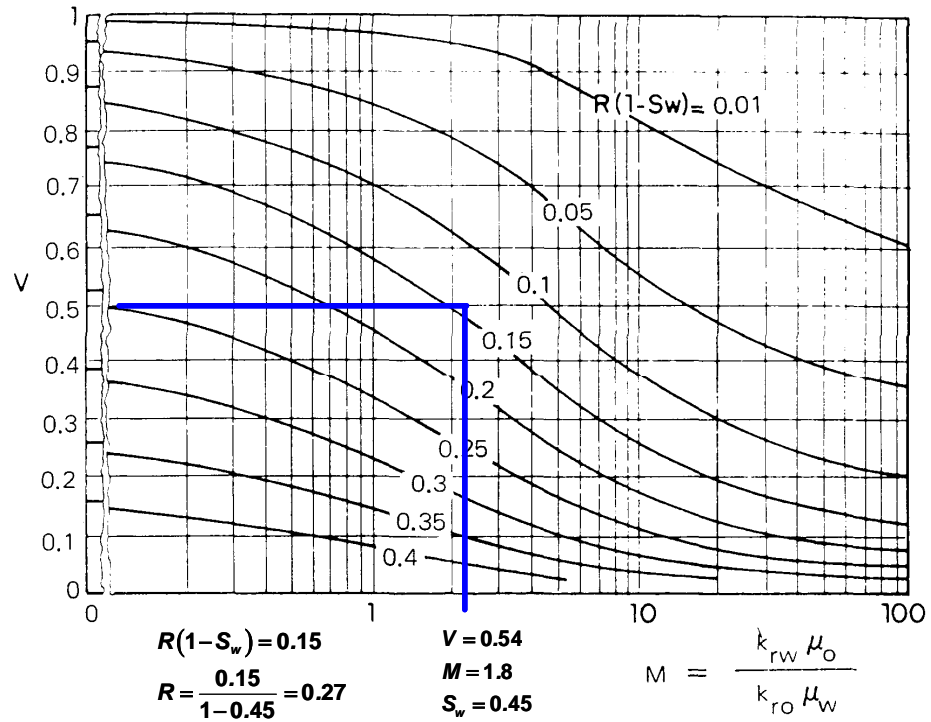
Para usar este método se requiere conocer V el cual es calculado del análisis estadístico de la distribución de permeabilidad al graficar los valores de la permeabilidad en un papel log probability y elegir la mejor línea recta que pasa por los puntos.

Si $K_{84.5}$ es la permeabilidad leída de la línea con 84.1% de los valores de permeabilidad mayores que $K_{84.5}$, entonces V es definida por.

$$V = \frac{K_{50} - K_{84.1}}{K_{50}}$$

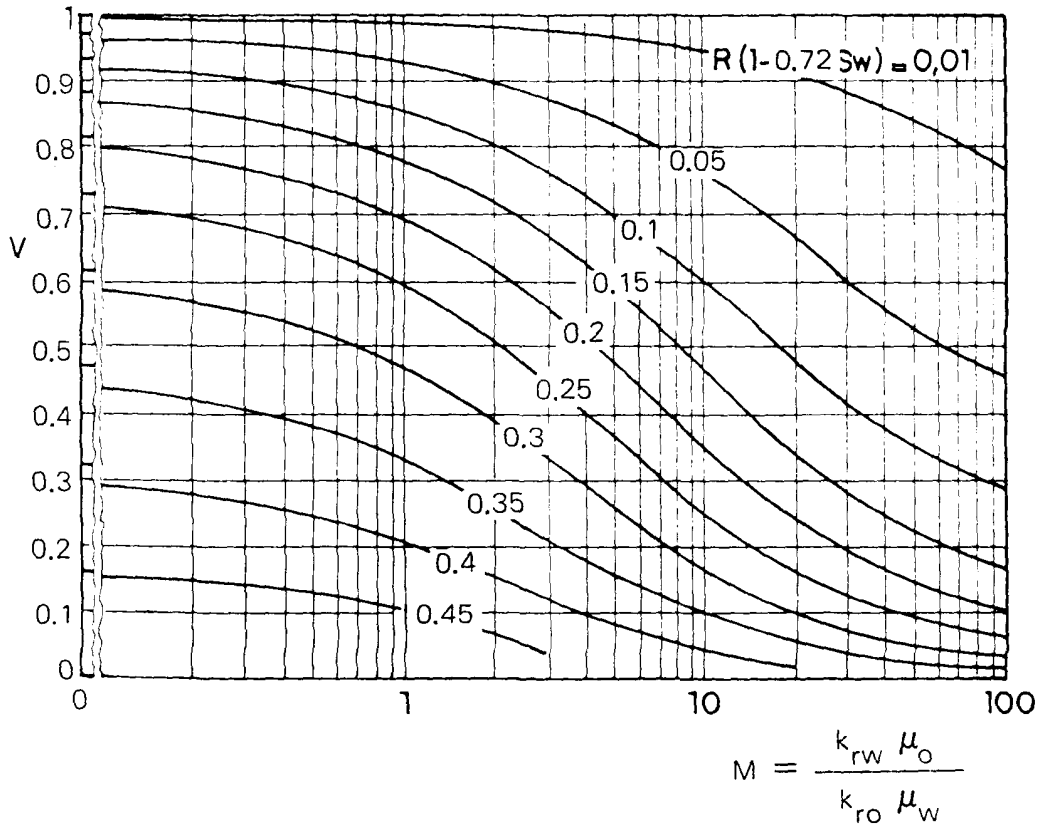
Las siguientes figuras tomadas de Latil (1980), requieren conocer datos de saturación de agua, ratio de movilidad y V .

Figura 22 – Correlación de Johnson's para WOR = 1 - producing water oil ratio.



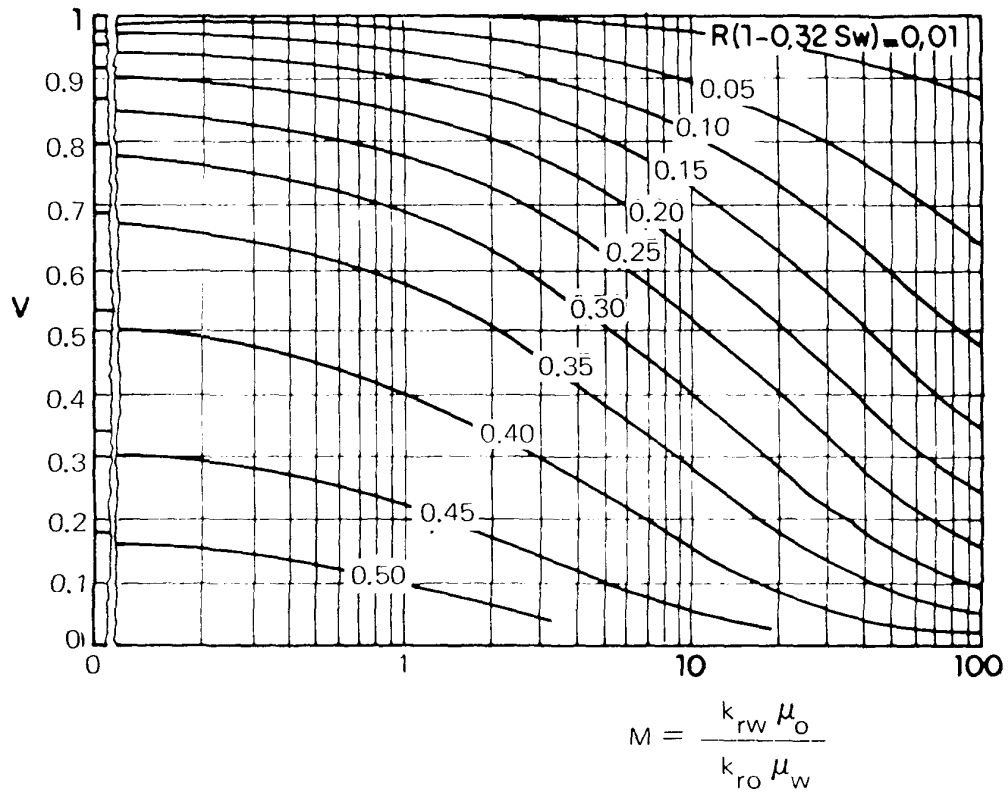
Johnson's correlation for a producing WOR of 1.

Figura 23 – Correlación de Johnson's para WOR = 5 - producing water oil ratio.



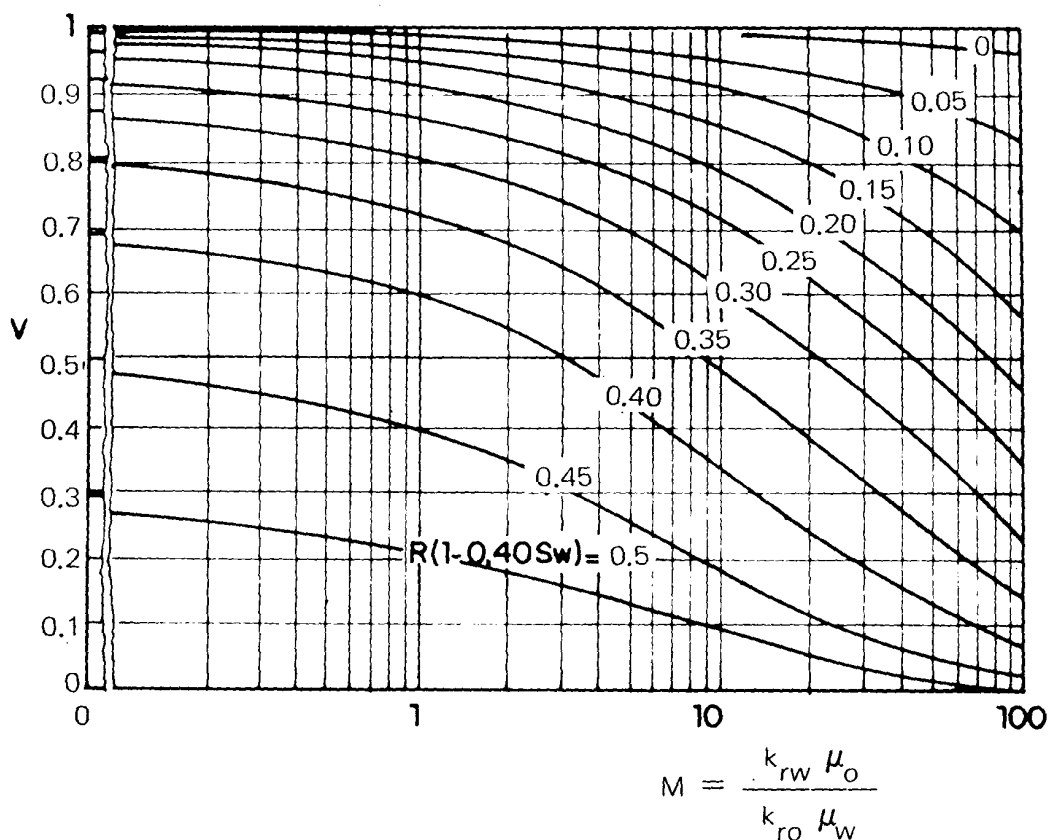
Johnson's correlation for a producing WOR of 5.

Figura 24 – Correlación de Johnson's para WOR de 25 - producing water oil ratio.



Johnson's correlation for a producing WOR of 25.

Figura 25 – Correlación de Johnson's para un WOR de 100 - producing water oil ratio.



Johnson's correlation for a producing WOR of 100.

El método de Johnson's proporciona buenos resultados cuando la saturación inicial de petróleo es mayor de 45%.

Disipación en Desplazamientos Inmiscibles

Los 02 efectos de disipación comunes en el flujo 1-D son: la presión capilar y la compresibilidad del fluido. Se les considera de disipación, en el sentido que ellos permiten que una zona de mezcla crezca muy rápidamente. La presión capilar y la compresibilidad del fluido también conllevan efectos adicionales.

Presión Capilar

El efecto de la presión capilar sobre el desplazamiento 1-D, es dispersar la onda de saturación de agua, particularmente alrededor del shocks.

Figura 26 – Perfil de saturación de agua, con y sin presión capilar (Lake 1992)

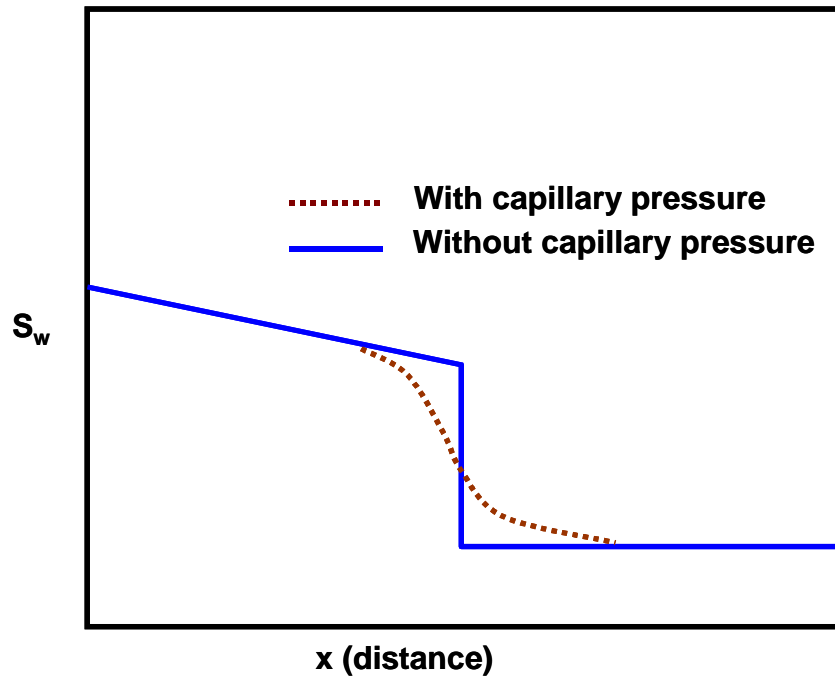
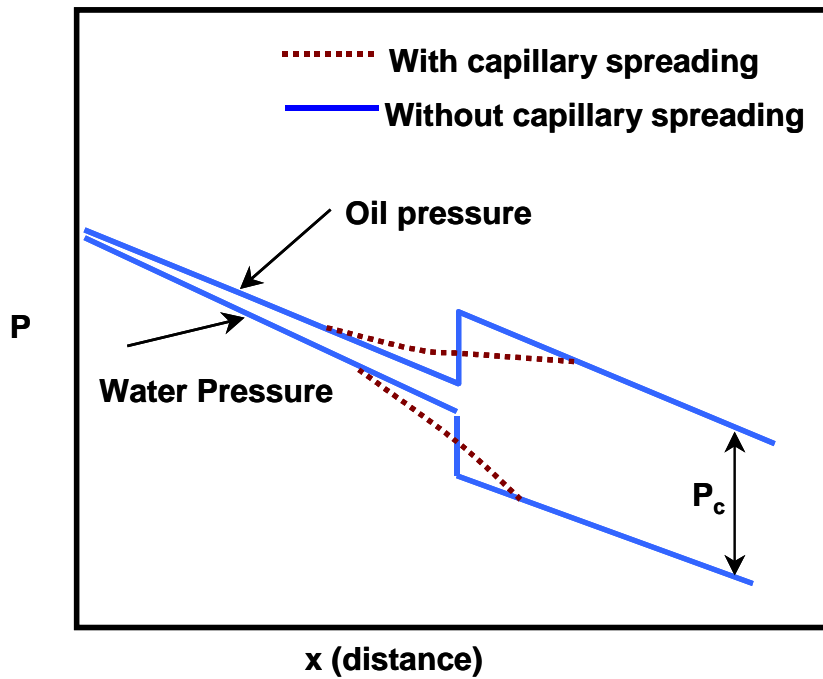


Figura 27 – Perfil de presión de la fase petróleo con y sin presión capilar (Lake 1992).



Compresibilidad de los Fluidos

Un segundo efecto de disipación es la compresibilidad de los fluidos. Se muestra a continuación el perfil de saturación de agua para 02 inyecciones de agua con compresibilidades diferentes para agua y petróleo.

El efecto de la compresibilidad es desviar o esparcir el shock front en adición a la causada por la dispersión numérica.

Figura 28 –Perfil de la saturación de agua para un desplazamiento 1-D a $t=200$ días, considerando agua compressible y petróleo incompresible.

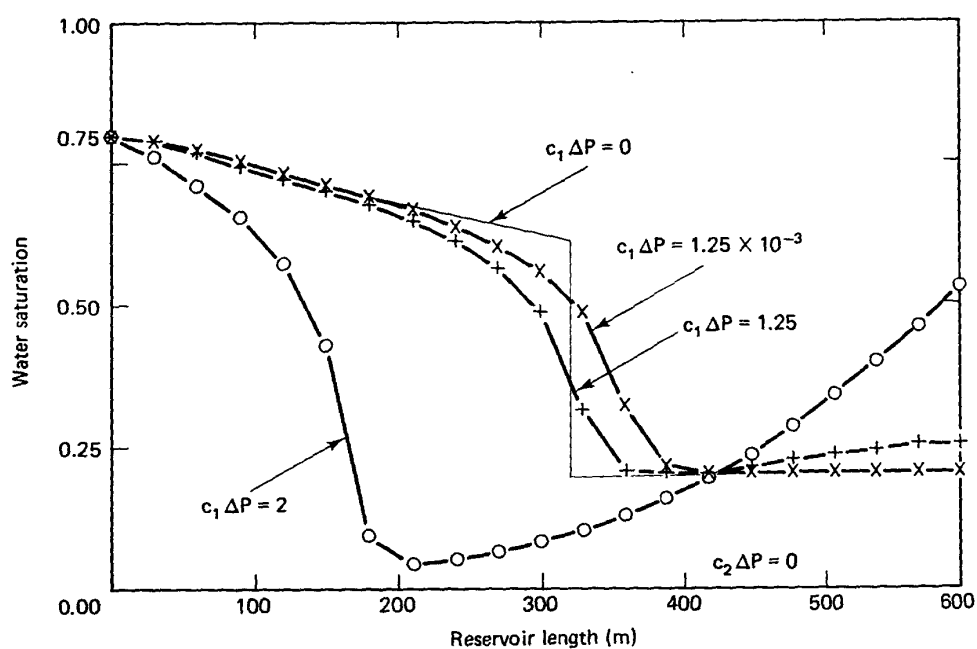


Figura 29 – Perfil de saturación de agua para desplazamiento 1-D a $t=200$ días, considerando agua incompresible y petróleo compresible.

